

myPRΣPA 

EXTRAIT
**" LES SECRETS POUR
INTÉGRER HEC "**



Ouvrage de référence en prépa
par Olivier Sarfati

Mathématiques

LES MATHÉMATIQUES SONT PERVERSES ! ELLES SONT NON SEULEMENT LES PLUS CONSOMMATRICES DE TEMPS MAIS AUSSI LES MOINS RÉMUNÉRATRICES À COURT TERME. Bien des étudiants abandonnent le travail de cette matière arguant qu'ils n'ont pas la bosse des maths, préférant ainsi se concentrer sur leurs supposées matières fortes. C'est une erreur majeure qui est la cause de bien des désillusions aux concours quand ce n'est pas en fin de première année, au moment du passage. Chaque année, des cubes me sollicitent pour les remettre à flot et il est souvent trop tard. Ce chapitre revêt donc une importance majeure. Relisez-le aussi souvent que possible.

« J'ai souvent aidé mes camarades et j'ai été frappé par leur volonté de comprendre en détail absolument tout, ce qui fait que la révision du cours prenait un temps monstrueux. C'est une intention louable mais il vaut parfois mieux appliquer que se poser de grandes questions métaphysiques... »

Nicolas, major au lycée Ginette, 19,5/20 de moyenne à HEC, 20/20 à l'EM Lyon et à l'EDHEC

1. Les attentes du jury

A. Raisonner avec rigueur et citer avec précision les points de cours mobilisés

Rapport EML 2017 S

« Les candidat(e)s non préparé(e)s n'ont pas pu donner le change: la quasi-totalité des questions exigeait la connaissance du cours. (...) »

Rapport HEC 2009

« Les développements mathématiques doivent faire l'objet de justifications rigoureuses s'appuyant sur des raisonnements et des théorèmes qui s'expriment dans un langage clair et soigné. Une réponse qui n'est pas correctement argumentée ne rapporte aucun point. »

Rapport HEC 2007

« Les raisonnements doivent être clairs et précis, les affirmations étant étayés par une argumentation solide. Par exemple, le recours trop fréquent à des phrases du type "il est clair que..." doit être évité au profit d'une justification correcte fondée sur un apprentissage très sérieux et une très bonne connaissance du cours. »

La rigueur exigible est souvent difficile à concevoir lorsqu'on arrive en première année de prépa. Les étudiants sont nombreux à penser que seul le résultat compte. Ils ne comprennent pas qu'au-delà du résultat, il faut que les conditions des théorèmes mobilisés soient énoncées avec précision. Il s'agit donc d'en dire ni trop, ni trop peu.

Par exemple, si l'on veut utiliser le théorème de la bijection, si l'on dit que f est dérivable et strictement croissante sur l'intervalle, on en dit trop. Seule la continuité et la stricte croissance doivent être mentionnées. « Oui mais si f est dérivable, elle est continue », peut-on entendre souvent... C'est juste mais les correcteurs ont besoin des conditions du théorème et rien que celles-là. En somme, ils ont besoin de savoir si vous connaissez l'énoncé précis des théorèmes en jeu.

Encore un exemple : effectuer une intégration par parties sans mentionner que u et v sont deux fonctions C1 sur l'intervalle considéré ne rapportera aucun point ou presque...

Vous comprenez peut-être mieux à présent pourquoi les professeurs insistent lourdement sur la connaissance du cours. Les méthodes que je vous propose plus loin vous aideront à mieux digérer ce cours immense et ainsi atteindre cette rigueur incontournable pour atteindre des sommets en maths aux concours.

B. Soigner la présentation

Rapport EML 2017

« Des règles élémentaires de rédaction et de présentation doivent être respectées. On doit éviter les abréviations abusives. Rappelons qu'il est impératif de numéroter les questions, de mettre en évidence les résultats en les encadrant proprement, de séparer nettement les questions et de conclure clairement à la fin de chaque question. »

Rapport ESSEC 2011

« Comme l'an passé et les années précédentes, les correcteurs se sont plaints du manque de soin affiché par certains candidats. Les copies sales, ou peu lisibles ne peuvent qu'indisposer le correcteur. C'est un appel fort qui doit être entendu : les copies se doivent d'être convenablement présentées. Heureusement, une majorité de candidats font l'effort de rédiger correctement et de mettre leurs conclusions en évidence. C'est, avec la rigueur et l'honnêteté des raisonnements, un élément majeur dans l'appréciation des copies. »

Rapport HEC 2017

« Le jury rappelle aux futurs candidats qu'un correcteur ne s'attarde pas à essayer de "décrypter" une copie illisible. En revanche, une copie propre et claire ne peut qu'avantager son auteur. Enfin, on rappelle que les abréviations dans les copies doivent être proscrites. »

Les correcteurs de l'EM Lyon sont souvent très à cheval sur la présentation. Louis a eu un double 20/20 aux épreuves d'HEC, 18,6/20 à l'ESSEC, 20/20 à l'EDHEC mais seulement 13,8/20 à l'EM Lyon. Il était évidemment brillant mais souvent sale, pour ne pas dire « dégueulasse », sur ses copies ! *A contrario*, la même année, Hortense a eu 20/20 à l'une des épreuves d'HEC et aussi 20/20 à l'EM Lyon. À la lecture des deux copies, on comprend tout de suite la différence : elle développait une stratégie de perfection et de qualité dans la présentation tandis que Louis privilégiait le volume sans nécessairement soigner la forme. Sachez donc que pour atteindre une grosse note à l'épreuve spécifique de l'EM Lyon, il faudra apprendre à soigner vos raisonnements autant sur le fond que sur la forme. Ce sera donc plus difficile pour les étudiants dont l'écriture n'est pas agréable à lire...

Vous devez aussi comprendre en lisant cet exemple que pour les sujets des parisiennes, avoir une stratégie de volume peut également payer. Louis en est l'illustration. Mais tout le monde n'a pas le cerveau ni la rapidité d'exécution d'un Louis... Il faudra donc ajuster votre stratégie de présentation en fonction de vos qualités. J'y reviendrai dans les méthodes proposées.

C. Être humble et honnête intellectuellement

Rapport HEC 2017

« (...) on assiste toutefois à quelques tentatives de "bluff", lesquelles, rappelons-le, sont sanctionnées par les correcteurs. »

Rapport ESSEC 2017

« L'effort de rédaction, la mise en évidence des conclusions sont avec la rigueur et l'honnêteté des raisonnements, des éléments majeurs dans l'appréciation des copies. »

Rapport ESSEC 2011

« On a vu des candidats affirmer qu'il y avait sûrement une erreur d'énoncé, l'un ajoutant même que « c'est fréquent cette année »... On ne saurait trop inciter les candidats à plus de prudence et d'humilité... »

Rapport HEC 2009

« Les correcteurs sont évidemment à même de juger si une réponse est démontrée ou seulement *devinée* ; dans cette dernière éventualité, l'impression générale qui se dégage est négative et ils seront moins cléments pour des questions plus difficiles. »

Soyez-en informés une fois pour toutes : la moindre arnaque sera toujours repérée par un correcteur. Celui-ci n'hésitera pas à sanctionner le candidat malhonnête par des points négatifs (« malus »). Si plusieurs arnaques sont décelées, le correcteur peut choisir d'arrêter de corriger. Un conseil simple donc : ne tentez jamais de tromper le correcteur, ça ne marchera jamais. Je le répète : JAMAIS ! Si vous vous approchez de la réponse mais qu'il vous manque une étape. Ne passez pas en force ! Ne barrez rien. Dites simplement : « j'admets telle étape ». Si votre ébauche de raisonnement est juste, le correcteur vous récompensera, même si vous n'aurez pas tous les points évidemment. Il appréciera en outre votre honnêteté.

D. Être irréprochable sur les questions classiques

Rapport EML 2017

« Une connaissance sûre et précise du cours et un entraînement assidu aux techniques classiques sont indispensables. »

Rapport ESSEC 2017

« Trop de candidats ont en outre des difficultés avec les manipulations et les calculs les plus élémentaires des intégrales. »

Rapport EDHEC 2017

« La mauvaise maîtrise des techniques de base et des calculs élémentaires reste une constante et semble même s'aggraver pour un nombre non négligeable de candidats. Il serait bien que les futurs candidats investissent un peu de leur temps sur ces deux points et n'oublient pas qu'une épreuve de concours valide deux années d'étude : il faut donc garder en tête les connaissances de première année. »

Rapport HEC 2010 :

- « Cette première question du problème, considérée comme très classique ("suite d'Euler"), fut abordée par 90 % des candidats avec un taux de réussite de 15 % ! »
- « Une proportion non négligeable d'études de fonctions fait l'objet d'erreurs sur le signe de la dérivée, sur les limites en 0 ou en l'infini. »

Aux épreuves de l'EM Lyon et de l'EDHEC, mais aussi dans les premières parties de sujets des parisiennes, les questions font souvent appel aux outils de base. L'épreuve d'HEC commence ainsi systématiquement par l'étude d'un ou deux exemples, le plus souvent calculatoires, censée valoriser le travail des étudiants sérieux. Une bonne maîtrise des classiques vous permettra alors de vous en sortir sans encombre. La réussite de ces questions est primordiale car elle annonce d'emblée le niveau du candidat. « Dès la première question, on sait à qui l'on a affaire », s'en amuse tous les ans le directeur de l'épreuve de mathématiques HEC lors de la réunion de « débriefing » qui précède l'annonce des résultats... Être parfait sur ces questions classiques s'avérera bien souvent suffisant pour atteindre la moyenne à HEC. Pour dépasser 15/20, il faudra un peu plus que cela mais si vous êtes surentraînés sur les questions classiques, vous les traiterez rapidement et pourrez libérer un temps précieux pour réfléchir aux questions à forte valeur ajoutée. Dans la partie sur les méthodes, vous comprendrez alors pourquoi j'insiste autant sur la répétition inlassable des mêmes exercices...

E. Prendre le temps de réfléchir sur les questions difficiles

Rapport EML 2017

« Trop de candidat(e)s essaient d'appliquer des recettes, sans raisonnement et sans se rendre compte de contradictions dans leur texte. »

Rapport EDHEC 2017

« L'impression générale ressentie à la lecture des copies amène à penser que les questions les plus subtiles, qui demandent une compréhension fine de la théorie, quel que soit le domaine concerné, échappent à presque tous les candidats. Les meilleurs ont acquis des techniques et des réflexes mais ne comprennent pas forcément en profondeur ce qu'ils font. »

Cette consigne est un impératif pour le candidat qui mise sur les maths pour décrocher une parisienne. Lorsque le sujet est très difficile, il est parfois nécessaire de passer du temps voire beaucoup de temps sur chacune des questions. Je repense à Sofia qui en 2007 est sortie de l'épreuve de maths I quelque peu paniquée :



Témoignage de Sofia

(Saint-Louis – HEC 2007 avec 17/20 en maths)

« Olivier, c'était dur et il fallait réfléchir au moins un quart d'heure sur chacune des questions. Je n'arrivais pas à trouver des questions plus faciles... Du coup, je n'ai pas fait énormément de question... »

Autre exemple : à l'épreuve de maths II d'HEC 1996, l'une des questions était fondamentale pour comprendre la suite de l'épreuve, car le schéma de réflexion se répliquait quasiment à l'identique. Certains candidats ont passé jusqu'à 30 minutes sur cette question cruciale. Ils n'ont pas été déçus...

Un dernier exemple : lorsque le sujet semble classique, deux stratégies sont possibles pour se distinguer. Soit on privilégie la rapidité d'exécution et on essaie d'en faire le maximum (dans le respect de la rigueur exigée), soit on mise sur les quelques questions délicates pour signifier au correcteur qu'on est au-dessus du lot. Prendre le temps de la réflexion sur quelques questions clés est donc une stratégie possible qu'il faut avoir en tête.

J'aimerais pour finir revenir sur la gestion du brouillon. Je vous déconseille fortement d'utiliser le brouillon pour la conduite de calcul. Vous serez surentraînés à l'issue de 18 mois de travail et vous utiliserez un stylo gommable dont je parlerai plus tard dans la partie sur les fournitures. Pour les questions calculatoires ou classiques, rédigez donc directement au propre. En revanche, sur certaines questions délicates, si rien ne vous vient spontanément ou si plusieurs pistes s'offrent à vous, posez rapidement au brouillon les premiers éléments de réflexion et dès que vous êtes certains de la méthode à adopter, repassez au propre et foncez !

F. Privilégier la cohérence et la qualité

Rapport HEC 2017

« Insistons sur le fait que le soin et la rédaction des copies entrent en partie dans la notation finale : on observe encore trop de copies dans lesquelles les candidats n'ont pas pris le temps nécessaire à une rédaction claire et qui "foncent" sans préciser leur démarche sans souligner ou encadrer les résultats importants. »

EDHEC 2017

« Un nombre non négligeable de candidats restent adeptes des réponses floues : il faut savoir que ce type de réponse est sanctionné et que l'absence d'argument ou le manque de précision rend la réponse irrecevable. »

Cette exigence est une évidence mais bien des candidats en font fi et multiplient les stratégies de grappillage désastreuses lorsqu'elles conduisent à des incohérences patentes. Trouver par exemple une probabilité ou une variance strictement négative sans s'en offusquer décrédibilisera complètement le candidat. Affirmer qu'une fonction décroît de 0 vers 1 produira le même effet... Le travail du candidat sérieux consistera donc à ralentir parfois la cadence pour faire des tests de cohérence validant le résultat. Ce ne doit pas être systématique, car l'horloge tourne, mais ciblé sur les questions importantes.

2. Les bons ouvrages

A. Les ouvrages pour bien démarrer en prépa

Bien démarrer sa prépa



Bien démarrer sa prépa : précis de mathématiques

D. Charlot, D. Richi *et al.* – Bréal

Cet ouvrage date un peu mais vous pourrez encore en trouver d'occasion. Il est adapté à la fois pour les ECS et les ECE. Il n'est pas trop indigeste et bien organisé. Un bon bouquin pour les grandes vacances après l'obtention de son bac !

Les ouvrages de cours

100% Prépa Maths Terminale S Objectif Prépa

Françoise Roche et Blandine Sergent – Ellipses

Sorti en 2015 et dédié aux étudiants de terminale S, cet ouvrage fera également le bonheur des ECE (qui prendront le soin, bien sûr, de ne pas faire les chapitres hors programme sur les nombres complexes par exemple). Dans chaque chapitre, une rubrique « préparez votre après-bac » vous permettra de bien préparer votre rentrée.



Maths – Visa pour la prépa – MPSI-PCSI-PTSI-BCPST-ECS

Guillaume Connan – Dunod

Formulaire maths 1^{re} & 2^e années (ECE ou ECS)

Collectif d'auteurs dont Sylvain Rondy – Ellipses

Ce petit formulaire est très utile pour avoir une vision claire du programme. Il n'est pas exhaustif mais permet de retrouver la plupart des théorèmes à mobiliser aux concours.

Mathématiques Tout-en-un ECS (ou ECE) 1^{re} année (ou 2^e année)

Christian Gautier, André Warusfel *et al.* – Dunod

B. Les ouvrages de méthodes et d'exercices classiques

Les étudiants ont à leur disposition toute une panoplie d'ouvrages et il est difficile d'y voir clair face à une telle profusion ! Alors voici une courte sélection « subjective ».

Maths ECE 1^{re} année/Maths ECS 1^{re} année (2^e année à venir)

Collectif d'auteurs dont Olivier Sarfati – Dunod

Ces ouvrages ont été conçus sous ma direction et font la synthèse des contenus pédagogiques de l'institut MyPrepa. Vous trouverez dans ces ouvrages :

- tout le cours sous forme de rappels ;
- la très grande majorité des questions qui tombent aux concours et les multiples méthodes pour y parvenir ;
- une sélection d'exercices, de problèmes et d'annales de 1978 à aujourd'hui.

Cette recommandation est évidemment subjective donc n'hésitez pas à aller feuilleter un extrait sur Amazon ou sur le site de Dunod pour découvrir l'efficacité de l'approche.

Mathématiques – Exercices incontournables ECS 1^{re} année

Vidian Rousse, Richard Péreyrol, Martin Del Hierro, Nicolas Blanc – Dunod

Maths ECE (ou ECS) 1^{re} année

Collectif d'auteurs dont Sylvain Rondy – Ellipses

Maths ECE (ou ECS) 2^e année

Collectif d'auteurs dont Sylvain Rondy – Ellipses

Ces ouvrages sont particulièrement adaptés pour ceux qui veulent bien démarrer les différents chapitres avec l'essentiel des méthodes. Seules les méthodes les plus importantes sont exposées dans l'ouvrage. Les exemples et exercices sont de difficultés intermédiaires. Sans doute insuffisant pour ceux qui visent une parisienne.

C. Les ouvrages de sujets de concours

Lorsque les précédents ouvrages seront bien digérés, il sera temps de faire l'acquisition de quelques ouvrages d'annales. Gérer un sujet de concours demande un savoir-faire spécifique qu'un simple travail du cours et des classiques ne développera pas. Voici quelques ouvrages et sites Internet réputés :

À vos maths – 12 années d'EDHEC

Sylvain Rondy - Ellipses

Cet ouvrage est idéal pour travailler les sujets de concours de difficulté intermédiaire et mettre en pratique les méthodes acquises. Les corrections sont bien faites.

Les corrigés d'annales d'Ellipses

Cette collection existe depuis très longtemps et a le mérite de proposer des corrigés de sujets des parisiennes. Les ouvrages de cette collection sont donc adaptés au public visant les parisiennes mais présentent souvent un inconvénient : les corrections sont souvent plus des éléments de correction que de véritables corrigés. La rigueur exigible aux concours n'est donc pas toujours au rendez-vous. Sur certains sujets difficiles, les explications sont parfois insuffisantes et laissent l'étudiant moyen sans voix.

www.spicesagros.fr

C'est le site du fameux prof de maths Christian Skiada. Vous y trouverez à la fois des annales et des corrigés de très bonne qualité pour ECE et ECS.



www.jfcossutta.lycee-berthelot.fr/

Le site de Jean-François Cossutta (ECS), ancien prof « mythique » du lycée Marcelin Berthelot. Les corrections d'annales sont nombreuses et très rigoureuses.

<http://mathsece.free.fr/>

Le site de Pierre Veuillez (ECE). Ce site regorge de sujets de concours et de corrigés. Quelques erreurs s'immiscent dans certaines corrections mais le tout a le mérite d'exister. Merci M. Veuillez !

3. Les bonnes fournitures

Si vous ne vous organisez pas rapidement, votre chambre deviendra rapidement un chantier invivable où énoncés et corrigés seront souvent désolidarisés. Tout travail de répétition des sujets tombera alors à l'eau. Il n'est pas rare qu'en début d'année je passe mon temps dans la chambre des étudiants pour faire ce rangement si indispensable pour progresser. Afin de m'éviter un déplacement, voici l'organisation que je propose à tous mes étudiants.

A. Pour le rangement du cours, des exercices et des corrections

4 porte-vues – 80 vues

Un porte-vues pour chacune des rubriques suivantes :

- Algèbre
- Analyse
- Probabilités
- Sujets transversaux (annales de concours, concours blanc, algorithmique...)

Dans chacune des pochettes transparentes, classez à la fois vos chapitres de cours et vos exercices.

- Lorsque vous classez un chapitre de cours, numérotez les différentes pages ou agrafez-les, puis mettez dans une seule et même pochette tout le chapitre et ne tombez pas dans le piège d'une page par pochette plastique...
- Lorsque vous classez un sujet ou une feuille d'exercices, mettez en exergue l'énoncé (au recto) et glissez dans la même pochette transparente le corrigé (au verso).

Quand vous choisissez de refaire un sujet, sortez à la fois l'énoncé et le corrigé.

Quand vous avez fini de travailler sur le sujet choisi, remettez-le impérativement dans la pochette dédiée sans attendre une accumulation périlleuse de sujets posés en vrac sur le bureau...

B. Pour la prise du cours et la répétition d'exercices

I Un grand cahier, spirale, feuilles détachables

Plutôt que d'acheter des feuilles volantes, je vous conseille d'acheter un grand cahier à spirales, avec des feuilles détachables et perforées. Vous pouvez alors utiliser ce cahier pour :

- **la prise de cours.** Une fois le chapitre terminé, détachez les pages du cahier, numérotez-les (ou agrafez-les) puis placez le bloc de feuilles dans le porte-vue dédié ;
- **refaire les exercices déjà vus.** Comme vous le comprendrez plus tard dans ce livre, vous serez amenés à refaire souvent les mêmes exercices jusqu'à parfaite maîtrise. Ce cahier sera donc votre support pour cette répétition.

Conseil pour les plus ambitieux : écrivez à chaque fois la référence de l'exercice ainsi que le temps écoulé lors de la résolution. Cela vous poussera à être de plus en plus rapide, tout en gardant la même précision et la même rigueur, évidemment...

C. Pour fichier et mémoriser

I Un petit cahier (192 pages)

Voici un outil précieux dont vous entendrez également parler dans les autres matières ! Vous y glisserez régulièrement :

- **les erreurs à éviter.** Vos copies, notamment en première année, sont sûrement parsemées de messages d'indignation de votre professeur de maths. « Horreur », « inadmissible », « arnaque »... Recopiez dès lors toutes les erreurs grossières que vous avez tendance à répéter ;
- **les formules importantes.** Certaines formules ont vraiment du mal à rentrer. N'hésitez pas à glisser dans ce petit cahier les formules les plus coriaces. Vous pouvez même les recopier plusieurs fois à différents endroits du cahier. Vous les réviserez ainsi deux fois plus !
- **les astuces et points méthodologiques.** Au-delà des points de cours, les meilleurs candidats ont en tête une boîte à outils gorgée d'astuces et méthodes clés. Répertoirez également toutes les astuces et méthodes que vous rencontrerez et qui vous ont posé problème ;

- **les best of des exercices rencontrés.** Le major de maths en ECS à Louis-le-Grand (je vous laisse imaginer le niveau) a fait cela dès la première année. Il apprenait par cœur tous les meilleurs raisonnements rencontrés dans son travail. Cet apprentissage a décuplé sa capacité de raisonnement car il avait en tête une palette de raisonnements complexes qu'il avait non seulement appris mais aussi compris.

Pour être véritablement utile, ce cahier devra être révisé régulièrement. Nous en reparlons dans la partie sur le planning de travail...

D. Pour rendre une copie d'une propreté inégalée

I Un stylo magique

Les traces de blanco, les ratures et autres imperfections graphiques sont une plaie. Les correcteurs s'en plaignent tous les ans. Il est grand temps que cela cesse et j'ai une solution que vous connaissez peut-être : les stylos de la gamme **Pilot Frixion**[®]. Pour ceux qui ne connaissent pas, ce sont des stylos feutre gommables. Grâce à eux, tous mes étudiants, même les plus « illisibles » rendent une copie présentable. C'était le gros problème d'un de mes étudiants de Louis-le-Grand. Ses parents inquiets l'avaient même envoyé consulter une graphologue avant que l'on se rencontre. Il s'est mis au Pilot Frixion[®] et tout est devenu plus clair, sans pour autant atteindre des sommets de propreté, n'exagérons rien. Il est à HEC aujourd'hui.

Un petit bémol concernant ce stylo : lorsque l'on gomme massivement au recto, le verso a parfois tendance à s'effacer aussi. Le texte s'efface également lorsqu'on approche une source de chaleur (par exemple une tasse de café) sur une copie écrite au Pilot Frixion[®]. Cela dit, tous mes étudiants utilisent ce stylo depuis 2007 et sont encore en vie, et même en bonne santé pour la plupart !

À titre personnel, j'utilise le Pilot Frixion[®] « Point » qui présente une mine plus fine que les Frixion[®] « Ball » et qui accroche mieux le papier : lorsqu'on gomme au recto, le verso ne s'efface jamais. Adoptez-le : vous gagnerez un temps précieux en limitant le temps passé au brouillon et la perfection visuelle des copies ravira les correcteurs.

Vous pouvez aussi l'utiliser dans les autres matières mais je vous déconseille de l'utiliser en contraction de texte ou en langues car si quelques mots sont gommés malencontreusement, la note est directement impactée.

4. Les méthodes

A. Travaillez les fondamentaux

Je vais certainement répéter ce sur quoi beaucoup de professeurs insistent. Tout candidat doit se montrer capable de maîtriser parfaitement les outils du lycée. Or, je constate d'année en année que ce *background* mathématique est de moins en moins entretenu. J'invite tous ceux qui sentent leurs fondations mathématiques instables à se tourner vers l'ouvrage *Bien démarrer sa prépa : Précis de mathématiques* dont je parle dans la partie sur les ouvrages de référence.

Rien ne vous empêche aussi de puiser sur Internet des exercices de révision du lycée ou du collège sur un chapitre qui vous met en difficulté. Il n'y a vraiment aucune honte à avoir : la médiocrité mathématique est l'apanage de la plupart des étudiants qui rentre en prépa... J'inclus les futurs HEC dedans !

CAS PRATIQUE

Écricome 2004

Donner le domaine de définition de la fonction définie par :

$$g(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$$

Cette question semble simple mais des subtilités techniques menacent ! Une très bonne maîtrise des fondamentaux du lycée est nécessaire. Voici une correction possible, issue de mes supports d'exercices :

CORRIGÉ

g est définie si $1+x^2 \geq 0$ et $x + \sqrt{1+x^2} > 0$.

Un carré étant toujours positif, on a clairement : $x^2 \geq 0$ et immédiatement $1+x^2 \geq 0$.

Par ailleurs :

$$x + \sqrt{1+x^2} > 0 \Leftrightarrow \sqrt{1+x^2} > -x.$$

Distinguons alors deux cas :

1^{er} cas : si $x > 0$

Alors $-x < 0$ donc, comme une racine carrée est toujours positive, on en conclut que l'inégalité est toujours vraie.

2^e cas : si $x \leq 0$

Alors $-x \geq 0$. La stricte croissance de $u \mapsto u^2$ sur \mathbb{R}_+ nous permet d'écrire :

$$\sqrt{1+x^2} > -x \Leftrightarrow 1+x^2 > x^2 \Leftrightarrow 1 > 0.$$

Cela est toujours vrai et finalement :

$$D_g = \mathbb{R}.$$

COMMENTAIRES

Rappel : \ln est définie sur \mathbb{R}_+^* et $t \mapsto \sqrt{t}$ est définie sur \mathbb{R}_+ .

Attention piège : on ne peut élever au carré que lorsque les deux membres sont du même signe. S'ils sont positifs, alors l'inégalité ne change pas de sens lorsqu'on élève au carré. En revanche, si les deux membres sont négatifs, on change le sens de l'inégalité en élevant au carré...

Rédaction : parler de stricte croissance de $u \mapsto u^2$ permet de garder l'équivalence.

Ce genre d'inégalité était la spécialité de mon professeur de 1^{re} S ! Il avait raison d'insister : ces fondamentaux vous seront toujours utiles. Les candidats du concours Écricome 2004 l'ont bien senti !

B. Faites des rappels de cours en permanence

Voici le secret le plus précieux que je puisse vous livrer. Lorsque j'étais en prépa, en première année, j'avais tendance à apprendre le cours dans un coin et ensuite à me lancer dans la résolution d'exercices. Sur des chapitres aussi abstraits que celui sur les espaces vectoriels, c'était déprimant : je connaissais le cours mais impossible de résoudre les exercices sans correction. J'ai alors fait part de ma frustration à ma prof de seconde année qui m'a livré ce secret : « c'est simple, apprenez le cours sans trop vous acharner dessus et quand vous attaquez les exercices, faites systématiquement des rappels de cours sur chacune des questions rencontrées. Écrivez le rappel en rouge. Et commencez alors votre démonstration. » J'ai suivi ce conseil à la lettre pendant une année entière sur toutes les questions. Avec le recul, c'est LE tuyau qui m'a permis de décoller.

Je ne vous cache pas que respecter ce conseil demande une grande force de caractère car sur des questions qui paraissent faciles et qu'on peut résoudre rapidement, je ralentissais et restais dans cette routine du rappel de cours permanent. Je faisais donc moins d'exercices que mes camarades mais un nouvel horizon s'ouvrait : je comprenais enfin toutes les connexions entre le cours et les exercices et je développais une rigueur extrême qui a fait ma force le jour J.

Ainsi, sur toutes les questions rencontrées (sauf celles où vous pensez vraiment maîtriser le point de cours), faites des rappels de cours en rouge :

- en utilisant d'abord votre mémoire ;
- en vérifiant ensuite la précision du point de cours sur un formulaire ou dans le cours de votre prof ;
- en étendant le rappel de cours aux notions connexes (sans trop dévier toutefois sinon on n'avance pas !).

CAS PRATIQUE

HEC 2007

Calculer $H = \int_{-1}^1 f(x) dx$ avec $\forall x \in [-1, 1], f(x) = \frac{1}{2} e^{-|x|}$

On peut faire deux types de rappels sur cette question : un rappel sur les grandes formules du chapitre intégration et un rappel sur les propriétés de la valeur absolue. En guise d'illustration, voici un rappel de cours « étendu » que l'on peut faire sur la valeur absolue :

FICHE VALEUR ABSOLUE

$$\forall x \in \mathbb{R}, |x| = \max(-x, x) = \begin{cases} -x & \text{si } x < 0 \\ x & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$

$$\forall (a, b) \in \mathbb{R}^2, \quad |ab| = |a| \times |b|$$

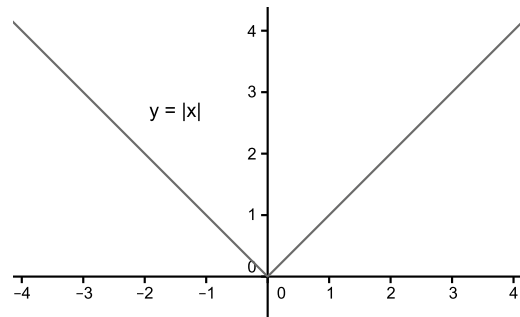
$$\forall (a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+, |a| \leq b \Leftrightarrow -b \leq a \leq b$$

$$\forall (a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+, |a| \geq b \Leftrightarrow a \geq b \text{ ou } a \leq -b \Leftrightarrow a \in]-\infty, -b] \cup [b, +\infty[$$

$$\text{Inégalité triangulaire : } \forall (a, b) \in \mathbb{R}^2, |a+b| \leq |a| + |b|$$

Fonction valeur absolue : définie et continue sur \mathbb{R} et dérivable sur \mathbb{R}^* .

Courbe représentative :



On peut faire le même type de rappel sur les propriétés d'une intégrale. Ici la relation de Chasles était à l'honneur. Je vous laisse gratter le rappel sur votre papier !

Pour les curieux, voici le corrigé de ce petit cas pratique :

CORRIGÉ

On remarque au préalable que :

$$\begin{aligned} e^{-|x|} &= e^{-x} \text{ si } x \geq 0 \\ &= e^{-(-x)} = e^x \text{ si } x \leq 0 \end{aligned}$$

Il vient alors, par la relation de Chasles :

$$\begin{aligned} H &= \int_{-1}^0 \frac{1}{2} e^x dx + \int_0^1 \frac{1}{2} e^{-x} dx \\ &= \left[\frac{1}{2} e^x \right]_{-1}^0 + \left[-\frac{1}{2} e^{-x} \right]_0^1 \\ &= \frac{1}{2} (1 - e^{-1}) + \frac{1}{2} (-e^{-1} - (-1)) \\ &= 1 - \frac{1}{e} \end{aligned}$$

COMMENTAIRES

On utilise la définition de la valeur absolue

On utilise la relation de Chasles

Sur cette épreuve d'HEC 2007, une candidate est venue me consulter avec sa copie de concours parce qu'elle ne comprenait pas sa note en dessous de la moyenne. Après quelques secondes d'analyse de la copie, je me rendis compte qu'elle avait primitivé $x \mapsto e^{-|x|}$ tranquillement sans distinguer les cas... Une bonne partie du problème découlait du calcul de cette primitive et donc de cette distinction de cas qu'il était impératif de faire. Elle a malheureusement dû cuber... Elle finit par avoir l'ESCP !

C. Calculez en respectant la règle « une étape à la fois »

Les étudiants ont du mal à respecter ce conseil, notamment en seconde année. Le principe est pourtant simple : quand vous faites un calcul, efforcez-vous de ne faire qu'une seule étape à la fois. Après plus de quinze ans de coaching individuel, j'ai observé que l'immense majorité des erreurs provient du non-respect de cette règle. L'étudiant qui prend confiance a tendance à vouloir accélérer les calculs et les erreurs apparaissent dès lors qu'il essaie de regrouper plusieurs étapes en une seule ligne. Faites-moi entièrement confiance sur ce point : mieux vaut écrire plus de lignes « justes » que réduire le nombre d'étapes et faire une erreur... Aujourd'hui encore, lorsque j'essaie d'accélérer en faisant plusieurs étapes en une, il m'arrive de faire des erreurs... Après 15 ans de calculs au quotidien... C'est également le cas de tous les profs de maths : l'erreur est humaine, même chez un agrégé !

Sachez que certains professeurs (une minorité) vous critiqueront parce que vous n'allez pas à l'essentiel. Ne les écoutez pas. Les rapports de jury sont de mon côté : « tous les calculs doivent figurer sur la copie » précise le rapport de jury de l'EM Lyon en 2011...

CAS PRATIQUE

$$A = \frac{a^4 \times \frac{(b^3 a)^{-2}}{a^6 b^3}}{(a^7 b^{-5})^4 \times \frac{a^{-3} b^8}{a^5 b^{10}}} \text{ avec } (a, b) \in (\mathbb{R}^*)^2$$

Simplifier A

Respectons alors la démarche « une étape à la fois » :

CORRIGÉ

$$A = \frac{a^4 \times \frac{b^{-6} a^{-2}}{a^6 b^3}}{a^{28} b^{-20} \times \frac{a^{-3} b^8}{a^5 b^{10}}}$$

$$A = \frac{a^{4-2-6} b^{-6-3}}{a^{28-3-5} b^{-20+8-10}}$$

$$A = \frac{a^{-4} b^{-9}}{a^{20} b^{-22}}$$

$$A = a^{-4-20} b^{-9+22}$$

$$A = a^{-24} b^{13}$$

COMMENTAIRES

1^{re} étape : on supprime les parenthèses.

2^e étape : on supprime les deux petites barres de fraction.

3^e étape : on simplifie numérateur et dénominateur.

4^e étape : on supprime la dernière barre de fraction.

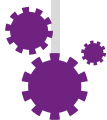
5^e étape : on achève le calcul.

Je teste souvent ce cas pratique avec mes étudiants (ECE, ECS, bizuths comme carrés) en séance introductive et je suis très surpris de constater le faible nombre d'étudiants qui arrive au bout de ce calcul de classe de 4^e...

D. Rédigez toujours comme aux concours

Ce conseil risque de vous embêter quelque peu ! Je vous propose ici de vous comporter lors de vos séances d'entraînement comme si vous étiez devant votre copie de concours. Dans le chapitre consacré au mental, vous comprendrez que ce comportement est commun à tous les grands champions sportifs. Rien de particulièrement exceptionnel donc, mais cela doit être nouveau pour les récents bacheliers que vous êtes. C'est vraiment une tendance que j'observe depuis quelques années lors des séances individuelles : les étudiants ont énormément de mal à rédiger comme ils le feraient sur une copie de concours. Ils me rétorquent souvent « oui mais là c'est le brouillon, le jour du DS, je rédigerai ». Monumentale erreur ! Voici trois bonnes raisons de respecter à la lettre ce conseil.

1. **Développer les automatismes** : c'est à force de rédiger comme un fou au quotidien que vous développerez les automatismes le jour J. Après deux ans de rédaction acharnée, vous serez des machines de guerre le jour du concours. Vous ne vous poserez plus la question « comment je vais rédiger ma réponse ? ». Vous libérerez ainsi beaucoup de temps pour réfléchir aux questions. Et le temps, c'est des points en plus donc des écoles en prime !
2. **Déceler les pièges cachés** : vous réaliserez assez rapidement que derrière certaines questions apparemment simples se cachent des discussions de cas en fonction de la valeur de certains paramètres. Les distinctions de cas, ou « facettes », sont fréquentes aux concours. Vous ne repérerez ces pièges cachés qu'à force d'entraînement au quotidien. Si vous restez en permanence en mode « brouillon », vous ne décrypterez que les cas généraux en omettant tous les cas particuliers. Vous serez alors très surpris après les DS lors de la remise des notes...





- 3. Atteindre la perfection** : plus vous rédigez, plus vous arriverez à atteindre à la fois rigueur, précision et concision. Cette dernière exigence est plus difficile à développer. Vous vous rendrez compte qu'en rédigeant, vous allez dans un premier temps proposer des solutions rigoureuses mais lourdes, bavardes. Plus vous rédigez, plus vos solutions seront concises tout en restant rigoureuses. Ce n'est qu'un travail quotidien qui permettra d'atteindre cette alchimie entre rigueur et concision.

CAS PRATIQUE

Une limite classique.

Calculer la limite de la suite u définie par :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = n^\alpha x^n \text{ avec } x \in]-1, 1[\text{ et } \alpha \in \mathbb{R}.$$

Des subtilités se cachent encore derrière cet exercice anodin. Seule une rédaction « professionnelle » permet de les repérer sans peine.

CORRIGÉ

1^{er} cas : soit $x = 0$. Alors : $\forall n \in \mathbb{N}^*, n^\alpha x^n = 0$

Donc en faisant tendre n vers l'infini : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$

2^e cas : Soit $x \in]-1, 1[\setminus \{0\}$

On a alors : $\forall n \in \mathbb{N}^*, |u_n| = |n^\alpha x^n| = n^\alpha |x|^n$

Et en passant à la forme exponentielle :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, |u_n| = e^{\alpha \ln(n)} e^{n \ln(|x|)} = e^{\alpha \ln(n) + n \ln(|x|)}$$

En mettant en facteur le terme prépondérant, il vient :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, |u_n| = e^{n \left[\alpha \frac{\ln(n)}{n} + \ln(|x|) \right]}$$

$$\text{Or : } \begin{cases} \lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha \frac{\ln(n)}{n} + \ln(|x|) = \ln(|x|) \\ \ln(|x|) < 0 \text{ car } |x| < 1 \end{cases}$$

$$\text{Donc : } \lim_{n \rightarrow +\infty} n \left[\alpha \frac{\ln(n)}{n} + \ln(|x|) \right] = -\infty$$

Et comme $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$, on conclut : $\lim_{n \rightarrow +\infty} |u_n| = 0$

i.e. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$

Dans tous les cas, pour $x \in]-1, 1[$ et $\alpha \in \mathbb{R}$, on a :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$$

COMMENTAIRES

Rappel : valeurs absolues

$$\forall (a, b) \in \mathbb{R}^2, |ab| = |a| \times |b|$$

Corollaire : $\forall a \in \mathbb{R}, |a^n| = |a|^n$.

Rappel : forme exponentielle.

$$\forall \alpha \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}_+^*, x^\alpha = e^{\alpha \ln(x)}$$

Rappel : croissances comparées

Pour $\alpha > 0$, $\ln(n) = o(n^\alpha)$

$$\text{Donc, avec } \alpha = 1 : \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln(n)}{n} = 0$$

Nous avons utilisé ici une méthode qu'un très bon étudiant de terminal pouvait trouver. En prépa, une seconde méthode consistait à considérer la négligeabilité usuelle suivante :

$$n^\alpha = o(a^n) \text{ avec } \alpha \in \mathbb{R} \quad a > 1.$$

Je vous laisse poursuivre cette seconde méthode...

E. Travaillez toutes les méthodes de résolution

Vous le savez, certaines questions peuvent être résolues de multiples façons. Au début de votre apprentissage, vous repérez les méthodes les plus lourdes, les plus calculatoires qui ont le mérite d'être les plus classiques. Mais petit à petit, des astuces précieuses pour gagner du temps aux concours vous permettront de répondre beaucoup plus rapidement aux questions posées.

Cependant, à l'entraînement, ne tombez pas dans ce réflexe « paresseux » (mais humain !) qui consiste à ne rédiger que la méthode astucieuse. Disciplinez-vous à rédiger également la ou les autres méthodes de résolution. Cela permettra de travailler les fondamentaux et les classiques mais aussi de mieux mémoriser l'astuce : vous aurez passé tellement de temps sur une méthode lourde qu'on ne vous y reprendra plus le jour du concours ! L'astuce sera incrustée beaucoup plus fermement dans votre mémoire ! Vous ferez peut-être moins d'exercices que votre voisin mais vous progresserez plus.

CAS PRATIQUE

Écricome 2005

Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}_+, \sqrt{x} \leq \frac{1}{2}(1+x)$

On peut gérer cette inégalité de multiples façons. Concentrons-nous sur les principales méthodes.

Méthode 1 : par étude de fonction

On pose $\forall x \in \mathbb{R}_+, f(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{2}(1+x)$

Et on montre que $\forall x \in \mathbb{R}_+, f(x) \leq 0$ en dérivant puis en dressant le tableau de variation. Pour gérer des inégalités, cette méthode lourde fonctionnera très souvent...

Méthode 2 : en utilisant la concavité de la fonction racine

On pose $\forall x \in \mathbb{R}_+, f(x) = \sqrt{x}$

Et on montre que f est concave donc au-dessous de sa tangente au point d'abscisse 1 qui a

pour équation : $\Delta : y = f'(1)(x-1) + f(1)$ c'est-à-dire $\Delta : y = \frac{1}{2}(x+1)$.

Ainsi $\forall x \in \mathbb{R}_+, \sqrt{x} \leq \frac{1}{2}(1+x)$.

Cette méthode est nettement plus élégante que la précédente et comblera de joie le correcteur !

Méthode 3 : en faisant apparaître une identité remarquable

Au brouillon, on trafique un peu ce que l'on veut montrer, comme suit :

$$\sqrt{x} \leq \frac{1}{2}(1+x) \Leftrightarrow 2\sqrt{x} \leq 1+x \Leftrightarrow x - 2\sqrt{x} + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (\sqrt{x} - 1)^2 \geq 0. \text{ Ceci est toujours vrai}$$

donc on rédige comme suit :

Soit $x \in \mathbb{R}^+$. Un carré étant toujours positif, on a :

$$(\sqrt{x} - 1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow x - 2\sqrt{x} + 1 \geq 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{x} \leq 1+x \Leftrightarrow \sqrt{x} \leq \frac{1}{2}(1+x)$$

Cette méthode ravira également le correcteur. Au passage, cette méthode de résolution des inégalités illustre l'un de mes secrets : transformer au brouillon l'inégalité pour faire apparaître une évidence, puis rédiger en recopiant le brouillon « à l'envers » est un procédé qui marche très souvent et qui m'a sauvé la vie plusieurs fois !

D'autres méthodes pouvaient également être utiles pour prouver l'inégalité : en posant par exemple $X = \sqrt{x}$ ou en élevant au carré l'inégalité à prouver... Je vous laisse poursuivre.

F. Soignez le brouillon comme le propre

C'est une nouveauté : les brouillons que vous ferez ne devront plus être « brouillons » ! Fini les écritures en diagonale au brouillon, les expressions posées négligemment sans quantificateurs, les brouillons confectionnés dans un tout petit bout de feuille illisible. À présent, vous allez apprendre à rédiger des brouillons « professionnels » !

Pourquoi tant de formalisme, vous demandez-vous peut-être ? Simplement parce que, sur certaines questions coriaces, vous devrez explorer plusieurs pistes de réflexion. En rédigeant proprement ces différentes pistes au brouillon, vous apprendrez de vos pistes qui n'aboutissent pas et vous vous dirigerez ainsi plus sereinement vers la piste salvatrice. En revanche, si vous continuez à produire des brouillons « brouillons », ce sera mission impossible.

Plus généralement, deux situations se présenteront :



1. **À l'entraînement** : écrivez le brouillon au propre entre parenthèses à l'intérieur de votre raisonnement. Une fois que votre brouillon vous donne la bonne piste, fermez la parenthèse et commencez votre rédaction
2. **Lors des DS et lors du concours** : faites vos brouillons proprement sur des feuilles et en écrivant sur les rectos. Ce n'est pas très écologique mais c'est plus efficace et vous ne vous perdrez pas en route.

CAS PRATIQUE

Une récurrence délicate.

Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, \left[\prod_{k=1}^n (2k)! \right] \geq [(n+1)!]^n$.

Cette inégalité se montre par récurrence mais nous allons voir que ce n'est pas si simple. L'initialisation est évidente donc passons à l'hérédité.

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Supposons que $\left[\prod_{k=1}^n (2k)! \right] \geq [(n+1)!]^n$.

Montrons alors que $\left[\prod_{k=1}^{n+1} (2k)! \right] \geq [(n+2)!]^{n+1}$.

Voici « en exclusivité » le brouillon que j'ai dressé lorsque j'ai découvert cet exercice :

(Brouillon : on a : $\prod_{k=1}^n (2k)! \geq [(n+1)!]^n$
ou veut $\prod_{k=1}^{n+1} (2k)! \geq [(n+2)!]^{n+1}$
on a : $\prod_{k=1}^{n+1} (2k)! = \left(\prod_{k=1}^n (2k)! \right) (2n+2)!$ et par H.R
 $\geq [(n+1)!]^n (2n+2)!$
ou veut donc que $(n+1)!^n (2n+2)! \geq [(n+2)!]^{n+1}$
i.e. $(n+2)!^{n+1} - (n+1)!^n (2n+2)! \leq 0$
i.e. $\underbrace{(n+1)!^n}_{\geq 0} [(n+2)^{n+1} (n+1)! - (2n+2)!] \leq 0$
i.e. $(n+2)^{n+1} \leq \frac{(2n+2)!}{(n+1)!}$ i.e. $(n+2)^{n+1} \leq (2n+2) \dots (n+2)$
 \rightarrow ok !)

Une fois le mystère percé, voici la rédaction au propre, en reprenant le brouillon « à l'envers » :

On remarque que :

$$\begin{cases} n+2 \geq n+2 \geq 0 \\ n+3 \geq n+2 \geq 0 \\ \vdots \\ 2n+2 \geq n+2 \geq 0 \end{cases}$$

En multipliant ces $n+1$ inégalités, il vient :

$$(n+2)(n+3)\dots(2n+2) \geq (n+2)^{n+1} \text{ i.e. } \frac{(2n+2)!}{(n+1)!} \geq (n+2)^{n+1}.$$

Je vous laisse alors reprendre le brouillon à l'envers et ainsi achever la récurrence.

Pour la petite histoire, c'est l'un de mes étudiants qui m'avait appelé en panique pour que je l'aide à résoudre l'exercice. Au début, j'avais rédigé un brouillon « brouillon » : je n'y arrivais pas. Je me suis alors résolu à construire un brouillon « professionnel » : mon étudiant fut comblé !

G. Remplissez et révisez le petit cahier

Dans la liste de fournitures, je vous ai suggéré l'acquisition d'un cahier petit format. Relisez ce qui a été dit sur ce sujet. Ce cahier sera votre boîte à outils. Ne le perdez jamais de vue. Ne le laissez pas dans un coin de votre prépa car les vols sont fréquents... notamment dans les prépas privées... Je vous conseille donc de le laisser plutôt chez vous.

Plus loin, dans la rubrique sur l'organisation du planning de travail, vous verrez comment insérer dans votre emploi du temps des plages horaires dédiées à la révision de ce cahier (et de tous les autres). Remplir le cahier sans le réviser est tout bonnement inutile. J'insiste sur ce point. Révisez encore et toujours pour que toutes les astuces, toutes les formules indigestes, tous les *bests of* du concours soient définitivement ancrés dans votre mémoire.

CAS PRATIQUE

Exemple de *best of* à insérer dans le petit cahier.
HEC 2000

Montrer que $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} \ln(n)$

On écrira dans le petit cahier quelque chose du genre :

1. On part de $k \leq t \leq k+1$

2. On montre que $\frac{1}{k+1} \leq \frac{1}{t} \leq \frac{1}{k}$

3. On intègre et on a $\frac{1}{k+1} \leq \int_k^{k+1} \frac{dt}{t} \leq \frac{1}{k}$ (car $k \leq k+1$)

4. On somme d'abord la partie droite de l'inégalité et on obtient après calcul : $\ln(n+1) \leq \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$

5. On somme ensuite la partie gauche de l'inégalité et après changement d'indice, on a $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \leq 1 + \ln(n)$

6. On a l'encadrement $\ln(n+1) \leq \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \leq 1 + \ln(n)$

7. On divise l'inégalité par $\ln(n)$

8. Par encadrement on a le résultat...

Cet immense classique peut être posé tel quel aux concours donc il est bon de connaître la trame par cœur.

H. Travaillez le plus possible sur des exercices corrigés

Je vous le dis d'emblée : certains profs de maths ne seront pas d'accord avec ce conseil. Notamment ceux qui donnent des feuilles d'exercices non corrigés à préparer d'une séance sur l'autre. Très chers professeurs, je vous le dis sincèrement : cette méthode ne fonctionne pas. Je le vois au quotidien depuis 15 ans. Malgré leur bonne volonté, les étudiants sont souvent démunis, notamment en bizuth mais aussi en carré. Une exaspération que j'entends souvent : « je n'arrive pas à faire les exercices que me demande mon prof, pourtant j'y passe des heures entières ».

Je m'adresse donc aux étudiants à présent : apprenez parfois à désobéir... Si votre prof vous matraque d'exercices non corrigés, passez-y un certain temps mais pas un temps « fou » ! Privilégiez toujours les exercices dont vous avez les corrections (par exemple sur les ouvrages que je vous ai conseillés). Et ensuite attaquez-vous éventuellement aux exercices non corrigés que vous demande votre prof. Et si votre prof vous ridiculise lorsque vous passez au tableau sur un exercice que vous n'avez pas traité, acceptez le ridicule de la situation. Vous n'en mourrez pas. Si vous saviez le nombre de moments où je me suis ridiculisé en prépa : je préfère taire ce sombre passé !

Si votre professeur vous convoque, soyez sincères : montrez-lui votre planning de travail ainsi que le temps que vous avez passé sur ses exercices. Votre sérieux désamorçera sa colère.

I. Répétez les exercices jusqu'à parfaite maîtrise

L'information ne manque pas en prépa. Internet est un outil extraordinaire qui vous procurera en un ou deux clics des exercices corrigés. Du coup, il est très tentant de faire un sujet de concours différent tous les jours. C'est une grave erreur. Ce n'est pas ainsi qu'on optimise ses progrès. Pourtant, tous les ans, les étudiants tombent dans ce piège et stagnent...

Voici la démarche que je vous propose :

Lorsque vous faites un exercice (depuis un livre ou une feuille de TD), repérez si vous avez été capable de faire l'exercice parfaitement sans la correction :

- Si vous l'avez parfaitement exécuté, « tick-marquez-le » comme suit à l'aide du stylo gommable :
- S'il vous a fallu utiliser la correction, c'est que l'exercice n'est pas maîtrisé donc posez l'annotation suivante, toujours au stylo gommable :

Lors des séances de révision qui seront calées dans le planning de travail, refaites alors dans votre grand cahier à spirale les exercices mal maîtrisés en respectant la même discipline.



Il vous faudra parfois plus de cinq répétitions du même exercice pour arriver à une parfaite maîtrise. Il m'est personnellement arrivé de refaire cinq à six fois certaines questions clés d'Annales de concours.

Le premier avantage de cette discipline est que vous finirez par parfaitement maîtriser tous les exercices classiques et vous savez à quel point cela compte aux yeux des correcteurs.

Le second avantage est qu'à force de répéter les mêmes exercices, vous les ferez de mieux en mieux et votre capital-confiance grossira. Vous prendrez alors conscience de vos progrès. À l'inverse, ne faire que des exercices nouveaux vous déprimera car vous serez presque toujours mis en difficulté...

J. Entraînez-vous à écrire vite en toute occasion

Les profs de prépa n'insistent que rarement sur ce point. Il est pourtant l'une des clés pour avoir une grosse note aux parisiennes. En séance de coaching individuel, je le vois assez rapidement : ainsi, Médéric, un ancien élève, m'a bluffé dès le premier cours ! Je n'avais jamais vu quelqu'un écrire aussi vite ! Et bien en même temps ! Il a eu HEC haut la main avec la manière et des notes exceptionnelles en maths. *A contrario*, j'ai aussi vu beaucoup d'étudiants très capables mais paralysés par leur lenteur d'exécution. Leurs notes ne dépassaient guère le 8/20...

Un conseil donc : entraînez-vous à écrire vite en toute occasion. En maths mais aussi dans les autres matières. En cours, mais aussi chez vous. À l'entraînement et en DS. Attention, l'idée n'est pas de sauter des étapes dans vos calculs ou vos raisonnements mais simplement de faire fonctionner votre poignet le plus rapidement possible. Le stylo Pilot Frixion® sera là pour toutes les éventuelles coquilles, donc prenez des risques, quitte à être un peu sales au début. C'est à force de vous entraîner à écrire vite que vous écrirez vite et bien. J'insiste, notamment auprès des candidates qui sont souvent plus soignées que les candidats...

Pour constater les progrès, vous pouvez également vous chronométrer sur les exercices que vous refaites. Rien d'obligatoire. Personnellement je ne me chronométrais pas mais je savais que la rapidité de mon écriture était un atout. Je cultivais alors ce point fort au quotidien sans réel indicateur de performance.

K. Soyez stratégiques pendant l'épreuve

Au-delà des méthodes que vous ne manquerez pas de suivre, il faudra aussi faire preuve d'intelligence lors des épreuves. Voici pour résumer, les dix facteurs clés de succès que je vous recommande de suivre le jour J.

1. Lisez et annotez le sujet

Consacrez environ cinq minutes à la lecture de l'énoncé. Repérez les thématiques abordées et choisissez *a priori* l'ordre dans lequel vous allez traiter les exercices ou les parties (par exemple, l'exercice 3 en premier à faire en une demi-heure puis l'exercice 1...). Cochez également les questions cachées que vous pensez maîtriser et qu'il faudra absolument aborder lors de l'épreuve.

2. Commencez et finissez fort

La première heure est décisive. Dès les premières lignes, le correcteur saura à qui il a affaire. Il s'agit donc de soigner son image et de proposer une composition parfaite ! Posez bien toutes les variables, mettez tous les quantificateurs, choisissez les méthodes de résolution les plus originales, énoncez toutes les conditions des théorèmes... Bref : vendez du rêve ! Sur les épreuves comportant plusieurs exercices, commencez donc toujours par celui qui vous valorisera le plus. Au-delà de la première heure, préservez les réflexes fondamentaux (variables à poser, conditions des théorèmes) mais commencez à accélérer, par exemple en détaillant moins la conduite des calculs ou en raisonnant par analogie. À l'entame de la dernière heure, concentrez-vous sur les questions à votre portée repérées lors de la lecture préliminaire.

3. N'hésitez pas à sauter une question

Les meilleurs candidats n'hésitent pas à sauter des questions, même lorsqu'elles ne sont pas d'une difficulté majeure. Attention, cela ne signifie pas qu'il faut développer une stratégie de grappillage : les correcteurs en ont horreur et réfléchir longuement sur une partie entière est souvent salutaire. Il s'agit de trouver le juste milieu en fonction de vos atouts.

4. Écrivez vite, écrivez tout

Les meilleurs candidats sont aussi ceux qui exécutent rapidement leurs réponses, quitte à négliger parfois le soin apporté à la copie. Plutôt que de rendre des œuvres d'art, je vous invite donc à limiter l'usage du brouillon (réservé à l'amorce des raisonnements) et à tenter une rédaction rapide sur la copie. Un stylo-feutre gommable vous aidera à rendre le tout plus présentable. Ne vous précipitez pas pour autant dans la conduite de calcul : écrivez vite, certes, mais écrivez toutes les étapes et limitez ainsi le risque d'erreur.

5. Soyez honnêtes

Relisez la partie sur les attentes du jury et vous réaliserez que l'honnêteté est une qualité valorisée. Je le répète ici : l'arnaque ne fonctionnera jamais... Les malus et arrêts de correction existent aux concours...

6. Restez focalisés sur le présent

Les meilleurs candidats sont souvent des « guerriers intellectuels » qui ne pensent qu'à l'envie de réussir la question du moment et qui parviennent à contrôler leur nervosité quand la difficulté s'élève. Self-control maximum donc. Sur l'ensemble des épreuves de mathématiques du concours, vous ne bénéficierez pas du même état de forme, de la même fraîcheur à chaque fois. La perfection permanente n'existe pas. Acceptez donc ces passages à vide sans vous déprécier et poursuivez le « combat » ! Dans le sport de haut niveau, on reconnaît les grands champions par leur capacité à gagner, même en jouant mal. Alors, en forme ou pas, battez-vous jusqu'à la dernière seconde.

7. Simplifiez, rusez, testez

Sur les questions présentant des notations compliquées, pensez à remplacer les variables par des chiffres simples : l'étude d'exemples permet souvent de désamorcer la difficulté. Par ailleurs, plutôt que de vous lancer, tête baissée, sur votre première idée, pensez toujours à l'éventualité de réutiliser les questions précédentes. Parfois, une simple ruse suffit : en 1997, une affreuse matrice d'ordre 4 pouvait ainsi être diagonalisée en moins de cinq minutes si l'on connaissait l'astuce. Plus subtil encore, lisez systématiquement les deux ou trois questions qui suivent pour avoir une idée du résultat vers lequel le concepteur vous conduit : vous y trouverez souvent des idées de méthodes à utiliser ou au contraire à éviter. Enfin, lorsque le résultat d'un calcul important n'est pas donné par l'énoncé, testez-en la cohérence : sur le terme général d'une suite, vérifiez si les deux premiers termes valident la relation que vous avez obtenue. Après avoir calculé des sous-espaces propres, vérifiez par produit matriciel si les vecteurs propres ainsi formés sont justes. Une probabilité devra être comprise entre 0 et 1, une variance sera toujours positive, etc.

8. Sortez du lot

Pour tirer votre épingle du jeu, essayez de repérer les questions qui semblent délicates mais à votre portée. Les correcteurs récompenseront toujours les prestations à forte « valeur ajoutée » et les méthodes originales. Sur l'épreuve de l'ESCP 2000, une inégalité pouvait se montrer de quatre façons différentes dont une utilisant le dénombrement. Les rares copies ayant adopté cette approche ont évidemment été récompensées.

9. Adaptez-vous au sujet

Si le sujet est difficile, n'hésitez pas à réfléchir longuement sur certaines questions. En 2011, à l'épreuve CCIP voie E, le protocole de probabilité mobilisait deux pages d'énoncé : du jamais vu ! Une demi-heure de casse-tête avant d'attaquer la moindre question ! Ne craignez donc pas de passer du temps, beaucoup de temps, sur la compréhension d'une question clé ou d'un énoncé. À l'inverse, si le sujet paraît simple, misez sur une rédaction

impeccable et faites preuve d'une grande rapidité d'exécution. Enfin, lorsque le sujet alterne le simple et le plus compliqué, les audacieux se frotteront à la difficulté pour s'extraire de la masse. Vous l'aurez compris : calibrez votre stratégie en fonction du sujet, de l'école, de votre intuition et de vos forces.

10. Faites abstraction des éléments perturbateurs

Dans une salle de concours, tout peut arriver. J'ai, pour ma part, eu droit à la mélodie du marteau-piqueur de Saint-Lazare. Mon voisin de gauche était un cube angoissé qui me parlait de ses nausées du matin. Celui de droite était le major en mathématiques au lycée Louis-Le-Grand et finissait systématiquement tous les sujets. Certains passèrent les concours dans l'immense chapelle du lycée Michelet avec pour fond sonore permanent les roucoulements de tourterelles excitées tandis que d'autres pestaient en dessous d'un néon défectueux projetant une ambiance stroboscopique quelque peu décalée... Tout est possible alors mettez vos boules Quies et adoptez une « positive attitude » inaltérable. Rien ne pourra plus vous arrêter.

5. L'analyse des bonnes copies

A. La stratégie de Louis

Notes aux concours : 20/20 de moyenne à HEC et à l'EDHEC, 18,6/20 à l'ESSEC mais 13,8/20 à l'EM Lyon

Louis était l'un de mes anciens étudiants. Il avait cette tendance à bien commencer les sujets mais bloquait systématiquement au bout de 2 heures. Il a finalement ajusté sa stratégie.



Témoignage de Louis

(Lycée Stanislas, HEC 2010 avec double 20/20 en maths)

« J'ai fini par devenir un prédateur ! La première heure, j'essayais de bien rédiger pour séduire le correcteur puis, au bout d'une heure, j'avais mon chronomètre et si, au bout de deux minutes, je n'arrivais pas à trouver la moindre piste sur une question, alors je passais à la suivante. Ma rédaction devenait aussi moins exhaustive que lors de la première heure. Avec cette stratégie, j'avais beaucoup plus rapidement et mes notes ont commencé à décoller. »

Voici un extrait de sa première page à l'épreuve CCIP :

$$\begin{aligned}
 1) \quad a) \forall x \in \mathbb{R} \quad P(Y_1 \geq x) &= P\left(\bigwedge_{i=1}^n X_i \geq x\right) \\
 &= \prod_{i=1}^n P(X_i \geq x) \quad \text{par indépendance des } (X_i)_{i=1}^n \\
 &= (P(X \geq x))^n \quad \text{car les } X_i \text{ suivent la même loi} \\
 \Rightarrow P(Y_1(x)) &= 1 - (1 - F_X)^n = (1 - F_X)^n \\
 \text{donc } \forall x \in \mathbb{R} \quad f_{Y_1}(x) &= n(1 - F_X(x))^{n-1} f_X(x) \\
 &\quad \text{par dérivation des deux membres} \\
 \\
 \leftarrow \forall x \in \mathbb{R} \quad P(Y_n \leq x) &= P\left(\bigcap_{i=1}^n X_i \leq x\right) \\
 &= \prod_{i=1}^n P(X_i \leq x) \quad \text{par indépendance} \\
 &= (F_X(x))^n \\
 \text{par dérivation } \forall x \in \mathbb{R} \quad f_{Y_n}(x) &= n(F_X(x))^{n-1} f_X(x) \\
 \\
 \text{qui sont bien les densités de } Y_1 \text{ et } Y_n \\
 \text{(elles sont bien positives, continues pp comme produit} \\
 \text{de fonctions qui le sont et } \int_{-\infty}^{+\infty} f_{Y_1}(t) dt &= \left[1 - (1 - F_X(t))^n\right]_{-\infty}^{+\infty} \\
 &= 1 \\
 &\quad \text{de même pour } Y_n)
 \end{aligned}$$

Comme vous l'observez, Louis avait une écriture très désagréable. Au niveau de la rédaction, il mettait les éléments clés mais sans trop s'étendre.

Cette stratégie a payé partout sauf à l'EM Lyon où les correcteurs sont très exigeants sur la rédaction. Voyons à présent une étudiante qui a su également séduire le correcteur de l'EM Lyon.

B. La stratégie d'Hortense

Notes aux concours : 20/20 à l'épreuve CCIP et à l'EM Lyon, 18/20 à l'EDHEC, 16,1/20 à l'ESSEC, 14,8/20 à HEC.

Hortense était également très talentueuse malgré quelques difficultés en probabilité et notamment en dénombrement. Aux concours, elle a comblé ses lacunes et s'est efforcée de proposer une prestation parfaite, à la fois sur le fond et la forme. Contrairement à Louis, elle sautait peu de questions et soignait grandement la forme. Du coup, elle faisait moins

de questions que Louis mais la perfection visuelle a dû impressionner plus d'un correcteur ! Voyons un extrait de sa première page à l'épreuve CCIP :

Partie I

$$\begin{aligned}
 1 \text{ (a)} \cdot \forall x \in \mathbb{R}, P(Y, \leq x) &= P(\inf(X_1, X_2, \dots, X_n) \leq x) \\
 &= 1 - P(\inf(X_1, X_2, \dots, X_n) > x) \\
 &= 1 - P((X_1 > x) \cap (X_2 > x) \cap \dots \cap (X_n > x)) \\
 &= 1 - P(X_1 > x) P(X_2 > x) \dots P(X_n > x) \\
 &\text{car les variables } X_1, X_2, \dots, X_n \text{ sont mutuellement indépendantes} \\
 &= 1 - (P(X_1 > x))^n \\
 &\text{car les variables } X_1, X_2, \dots, X_n \text{ suivent la même loi que } X \\
 \text{Donc: } \forall x \in \mathbb{R}, F_Y(x) &= 1 - (1 - F_X(x))^n
 \end{aligned}$$

Comme X et Y sont deux variables à densité, en dérivant, on obtient qu'une densité de Y est :

$$\begin{aligned}
 \forall x \in \mathbb{R}, f_Y(x) &= -n \cdot (-F_X'(x)) \cdot (1 - F_X(x))^{n-1} \\
 \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R}, f_Y(x) &= n(1 - F_X(x))^{n-1} f_X(x)
 \end{aligned}$$

Elle écrit bien, elle souligne les résultats, les arguments clés sont là. La perfection ! Cette stratégie est donc la bonne sur bien des sujets mais celle de Louis me paraît plus judicieuse si certaines questions au milieu d'un sujet sont délicates et vous empêchent d'avancer...

C. La stratégie de Margot

Note à l'EDHEC 2011 : 20/20.

Pour conclure, intéressons-nous à Margot, une étudiante ECE que j'ai accompagnée en mathématiques et qui a déployé une rigueur impeccable le jour du concours. Voici un cours extrait de sa première page à l'EDHEC.

b) Reprenons l'inégalité du 1.a) et multiplions par $t \in [0; x]$
 avec $x > 0$
 donc $t > 0$

$$\forall x > 0, \forall t \in [0; x], \frac{t}{e^{x+1}} \leq \frac{t}{e^{t+1}} \leq \frac{t}{2}$$

$t \mapsto \frac{t}{e^{x+1}}$; $t \mapsto \frac{t}{e^{t+1}}$; $t \mapsto \frac{t}{2}$ sont continues
 sur $[0; x]$ avec $x > 0$
 $x > 0$ i.e. les bornes sont dans le sens croissant

on peut donc intégrer l'inégalité précédente entre 0 et x
 et on obtient :

$$\int_0^x \frac{t}{e^{x+1}} dt \leq \int_0^x \frac{t}{e^{t+1}} dt \leq \int_0^x \frac{t}{2} dt$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{e^{x+1}} \left[\frac{t^2}{2} \right]_0^x \leq \int_0^x \frac{t}{e^{t+1}} dt \leq \frac{1}{2} \left[\frac{t^2}{2} \right]_0^x$$

Des qualités indéniables se dégagent de ces quelques lignes :

- un effort de précision dans la définition des variables ;
- la conduite rigoureuse dans la construction d'inégalités ;
- des conditions du théorème de croissance de l'intégration clairement exposées, contrairement à la plupart des étudiants qui négligent la continuité des fonctions en présence ou qui omettent de préciser que les bornes sont dans le sens croissant ;
- la présentation générale qui facilite la correction avec notamment l'utilisation des accolades.

Ces qualités sont assez rares en ECE. Le 20/20 était amplement mérité. Petit bémol toutefois : son application excessive et sa lenteur d'écriture l'ont ralenti et ses notes aux parisiennes n'ont pas été aussi hautes qu'à l'EDHEC. À vous de trouver le bon dosage...

Mathématiques / En un mot

LES ATTENTES

- Être rigoureux et précis dans l'application du cours.
- Être irréprochable sur les questions classiques.
- Prendre le temps de la réflexion et éviter le grappillage.
- Être humble et honnête intellectuellement.
- Soigner la présentation.

LES MÉTHODES

- Achetez les ouvrages de référence.
- Respectez l'organisation proposée (fournitures et classement).
- Travaillez toujours les bases.
- Faites des rappels de cours tout le temps.
- Calculez avec la méthode « une étape à la fois ». Rédigez toujours comme si vous étiez aux concours.
- Travaillez toutes les méthodes de résolution.
- Soignez toujours le brouillon.

LES SECRETS

- Concentrez-vous dans un premier temps sur les exercices avec corrigé et à votre portée.
- Répétez les mêmes exercices jusqu'à parfaite maîtrise.
- Évitez la multiplication compulsive de sujets traités.
- Soyez toujours honnêtes et ne bluffez jamais.
- Faites la différence sur les questions délicates.
- Apprenez dès le début de votre prépa à écrire vite.
- Soyez stratège pendant l'épreuve.



Rares sont ceux qui vont
jusque là ...

Vous visez le top 5 ?

Obtenez un accès gratuit à :

- Nos **polys** de maths
- Notre **Hotline** d'aide aux devoirs
- Des **fiches** dans toutes les matières
- De réelles **copies de concours** notées 18,19 ou 20 ...

[Cliquez, découvrez ...](#)