

Chapitre

9

LES MATHÉMATIQUES

■ Ce qu'on attend de moi : Les exigences du jury.....	130
■ Les méthodes et secrets.....	136
■ Analyse de copies.....	150
■ En un mot : Les secrets à retenir en mathématiques.....	153

	VRAI	FAUX
Être nul en début de prépa et intégrer grâce aux maths, c'est possible	x	
La bosse des maths existe		x
Il faut travailler les maths 2 à 3h par jour en semaine	x	
Il faut travailler les maths entre 8 et 10h le week-end	x	
Les progrès en maths sont linéaires		x

LE SECRET DU MAJOR

« Le secret le plus précieux dans ma réussite en maths aux concours a été d'inclure la routine suivante. Pour réviser un chapitre, je commençais systématiquement par prendre une feuille blanche et à écrire tout ce que je savais sur le chapitre en question : les points de cours, les méthodes, les astuces. J'avais cette habitude quasiment toutes les semaines »

Sami, étudiant à Louis le Grand, major du concours en maths (20/20 de moyenne), diplômé d'HEC.

« J'ai souvent aidé mes camarades et j'ai été frappé par leur volonté de comprendre en détail absolument tout, ce qui fait que la révision du cours prenait un temps monstrueux. C'est une intention louable mais il vaut parfois mieux appliquer que se poser de grandes questions métaphysiques... »

Nicolas, major au lycée Ginette, 19,5/20 de moyenne à HEC, 20/20 à l'EM Lyon et à l'EDHEC



L'INTRO QUI FAIT DU BIEN

Avant de rentrer dans le détail des exigences et des méthodes, je vous livre une grande nouvelle : partir d'un niveau très faible, même en début d'année de cube (3^e année), et décupler ses résultats en maths aux concours, c'est possible. J'ai absolument tout vu comme scénario de progression : je repense notamment à Thomas, un étudiant de Carnot qui nous avait sollicités en début d'année de cube et qui a gagné près de 9 points sur 20 de moyenne en maths en passant de 6/20 en carré à 15/20 en cube. École intégrée : l'ESSEC. Ou encore Grégoire qui patageait dans cette matière pendant ces deux années de prépa à Berthollet (Annecy) et qui termine à l'ESCP grâce notamment à un 14,5/20 sur la maths 2 HEC, épreuve la plus importante des concours. Toucher le fond puis atteindre les sommets en maths aux concours, c'est possible.

Je poursuis toutefois avec une nouvelle moins réjouissante : pour réaliser ces progrès fulgurants, vous allez devoir faire preuve d'une grande force de caractère et d'un grand respect des conseils qui vont suivre. Je le répète : tout est possible. Si cette matière vous épuise, relisez ce chapitre ainsi que celui sur la préparation mentale. Ils seront vos meilleurs alliés.

CE QU'ON ATTEND DE MOI : *Les exigences du jury*

Les épreuves de maths du concours seront de formats différents selon les écoles : unique problème découpé en plusieurs parties, deux grands problèmes, plusieurs exercices de longueurs égales ou différentes, etc. En général, toutes les épreuves durent 4 heures. Si leurs formats diffèrent, les exigences sont en revanche sensiblement les mêmes. Analysons-les.

Soyez irréprochables sur les questions de cours et de calcul de base

Commençons par une vérité qui dérange : votre niveau initial lorsque vous arriverez en prépa sera très en dessous des exigences du concours. Sans rentrer dans le débat sur la baisse tendancielle du niveau de maths en France, il y a une réalité : en arrivant en prépa, malgré votre éventuelle mention au bac, vous ne savez finalement pas faire grand-chose en mathématiques. Je le vois lors du recrutement chaque année des candidats qui postulent dans mon institut : un 15/20 de moyenne peut être trompeur et cacher, par exemple, de grandes lacunes calculatoires.

Alors une bonne partie de votre travail en arrivant en classe prépa sera de vous remettre au niveau sur les rudiments mathématiques du lycée et notamment l'aisance calculatoire. Autre volet important, j'y reviendrai plus tard, c'est la maîtrise absolue du cours des deux années de prépa. Trop de candidats arrivent aux concours en négligeant ces deux exigences. Et les rapports de jury ne sont pas tendres sur la question... Petit florilège d'extraits des rapports :



EM Lyon : *Les questions se veulent de difficulté progressive dans chacune des parties, visant à évaluer les compétences des candidats dans les points suivants : en priorité elles vérifient la bonne connaissance du cours, ce qui permet à des candidats sérieux mais de niveau modeste une note loin d'être déshonorante.*



ESSEC: Nous voulons notamment souligner avec inquiétude l'incapacité d'une proportion effarante de candidats pour manipuler ou démontrer des inégalités même les plus élémentaires.

(...) Mais le "clou" du sujet, sur lequel il faut tirer un signal d'alarme, est la collection proprement invraisemblable de perles concernant l'utilisation de la fonction logarithme (de base 2... ou non), qui révèle le trop peu de manipulations élémentaires des fonctions usuelles par les élèves depuis le lycée.

(...) Il faut répéter que le but de l'épreuve proposée ne peut être seulement d'étaler des « connaissances » plus ou moins solidement acquises mais aussi de montrer un peu de savoir-faire élémentaire, en acceptant avec confiance de se laisser porter par le sujet.

Vous l'aurez compris, ces deux premières attentes du jury sont vitales : connaître son cours et savoir mener des calculs de base. Si vous ne respectez pas ces exigences, les correcteurs risquent de ne pas vous faire de cadeau... Rassurez-vous, nous allons voir comment répondre à ces deux attentes fondamentales dans les pages qui suivent.

Raisonnez avec rigueur et précision

C'est l'exigence qui prolonge le point précédent : connaître son cours, c'est bien mais il faut être capable de montrer au correcteur votre capacité à conduire un raisonnement rigoureux, c'est-à-dire s'appuyant avec précision sur des points de cours qui s'enchaînent logiquement.

Souvent, vous serez tentés par le grappillage ou la volonté de traiter le maximum de questions : l'intention est louable car les épreuves de maths sont évidemment des épreuves de rapidité mais détendez-vous : le plus souvent en blindant les deux premières parties d'un sujet de parisienne, soit environ 50 % de l'épreuve, vous pouvez atteindre la note maximale.

Quelques extraits de rapports de jury pour vous en convaincre :



HEC: « Les développements mathématiques doivent faire l'objet de justifications rigoureuses s'appuyant sur des raisonnements et des théorèmes qui s'expriment dans un langage clair et soigné. Une réponse qui n'est pas correctement argumentée ne rapporte aucun point. »



EM Lyon : *Il n'était pas indispensable d'avoir traité la totalité du sujet pour obtenir une excellente note. Il est toujours préférable de mener un raisonnement rigoureux et complet sur seulement une moitié du sujet, plutôt que de donner tous les résultats (même justes) sur de nombreuses questions de manière trop rapide et sans explication réelle ; un tel raisonnement ne fournissant alors en général que peu de points au barème.*

La rigueur exigible est souvent difficile à concevoir lorsqu'on arrive en première année de prépa. Les étudiants sont nombreux à penser que seul le résultat compte. Ils ne comprennent pas qu'au-delà du résultat, il faut que les conditions des théorèmes mobilisés soient énoncées avec précision. Il ne s'agit donc pas d'en dire trop. Par exemple, si l'on veut utiliser le théorème de la bijection, si l'on dit que f est dérivable et strictement croissante sur l'intervalle, on en dit trop. Seule la continuité et la stricte croissance doivent être mentionnées. « Oui mais si f est dérivable, elle est continue », peut-on entendre souvent... C'est juste mais les correcteurs ont besoin des conditions du théorème et rien que celles-là. En somme, ils ont besoin de savoir si vous connaissez l'énoncé précis des théorèmes en jeu.

Encore un exemple : effectuer une intégration par parties sans mentionner que u et v doivent être deux fonctions de classe C^1 sur l'intervalle considéré ne rapportera aucun point ou presque...

Vous comprenez peut-être mieux à présent pourquoi les professeurs insistent lourdement sur la connaissance du cours. Les méthodes que l'on vous propose plus loin vous aideront à mieux digérer ce cours immense et ainsi atteindre cette rigueur incontournable pour atteindre des sommets en maths aux concours.

Soyez humbles et honnêtes intellectuellement

Qu'on se le dise : les étudiants qui intègrent les grandes écoles sont humbles et honnêtes... en mathématiques du moins ! Les rapports de jury sont formels sur ce point.



EM Lyon : *Il est attendu des candidats une certaine honnêteté intellectuelle dans leur copie : c'est une qualité essentielle recherchée par tous les correcteurs. Il est inutile de faire semblant que l'on arrive à un résultat de l'énoncé quand on a manifestement fait des erreurs de calcul. Il peut donc être utile de rappeler que de tels comportements dans les copies sont toujours repérés et très mal perçus par les correcteurs, d'autant plus sur les premières*



pages de la copie. En effet, ceci provoque dès lors un manque de confiance du correcteur vis à vis du candidat, ce qui mettra en doute ensuite la plupart des questions suivantes.



ESSEC: « Il faut rappeler une nouvelle fois aux candidats que seule la rigueur et l'honnêteté paient et que les fausses preuves, visiblement malhonnêtes, n'abusent pas le correcteur et déprécient fortement la copie. »

Soyez-en informés une fois pour toute : la moindre arnaque sera toujours repérée par un correcteur. Celui-ci n'hésitera pas à sanctionner le candidat malhonnête par des points négatifs (« malus »). Si plusieurs arnaques sont décelées, le correcteur peut choisir d'arrêter de corriger. Un conseil simple donc : ne tentez jamais de tromper le correcteur, ça ne marchera jamais. Je le répète : JAMAIS ! Si vous vous approchez de la réponse mais qu'il vous manque une étape. Ne passez pas en force ! Ne barrez rien. Dites simplement : « j'admets telle étape ». Si votre ébauche de raisonnement est juste, le correcteur vous récompensera, même si vous n'aurez pas tous les points évidemment. Il appréciera en outre votre honnêteté.

Soignez la présentation

Que disent les rapports de jury sur cette exigence ?



EM Lyon

Les correcteurs s'attachent à toujours valoriser les copies qui sont bien présentées plutôt que celles qui relèvent d'un effort trop minimaliste pour mettre en valeur leurs réponses. On relève beaucoup de copies avec de nombreuses ratures par rapport aux années précédentes.



HEC: « Les correcteurs ne sont pas censés corriger des copies dans lesquelles il est nécessaire de déchiffrer des notations de cours écrites dans un style sténographique ».

Les correcteurs de l'EM Lyon sont souvent très à cheval sur la présentation : je repense à Louis qui a eu un double 20/20 aux épreuves d'HEC, 18,6/20 à l'ESSEC, 20/20 à l'EDHEC mais seulement 13,8/20 à l'EM Lyon. Il était évidemment brillant mais souvent sale, pour ne pas dire « dégueulasse », sur ses copies ! A contrario, la même année, Hortense a eu 20/20 à l'une des épreuves d'HEC et aussi 20/20 à l'EM Lyon.



À la lecture des deux copies, on comprend tout de suite la différence : elle développait une stratégie de perfection et de qualité dans la présentation tandis que Louis privilégiait le volume sans nécessairement soigner la forme. Sachez donc que pour atteindre une grosse note à l'épreuve spécifique de l'EM Lyon, il faudra apprendre à soigner vos raisonnements autant sur le fond que sur la forme. Ce sera donc plus difficile pour les étudiants dont l'écriture n'est pas agréable à lire...

Vous devez aussi comprendre en lisant cet exemple que pour les sujets de parisiennes, avoir une stratégie de volume peut également payer. Louis en est l'illustration. Mais tout le monde n'a pas le cerveau ni la rapidité d'exécution d'un Louis... Il faudra donc ajuster votre stratégie de présentation en fonction de vos qualités. J'y reviendrai dans les méthodes proposées.

Prenez le temps de réfléchir sur les questions difficiles



HEC : « Les candidats semblent vouloir se débarrasser des questions sans même chercher à les comprendre, ni voir comment elles sont reliées aux autres questions. L'écriture automatique, frénétique, fait office de pensée. Bien rares, sans doute, sont les candidats qui travaillent d'abord au brouillon. »

Cette consigne est un impératif pour le candidat qui mise sur les maths pour décrocher une parisienne. Lorsque le sujet est très difficile, il est parfois nécessaire de passer du temps voire beaucoup de temps sur chacune des questions. Je repense à Sofia qui en 2007 est sortie de l'épreuve de maths I quelque peu paniquée : « Olivier, c'était dur et il fallait réfléchir au moins un quart d'heure sur chacune des questions. Je n'arrivais pas à trouver des questions plus faciles... Du coup, je n'ai pas fait énormément de question... » Elle a tout de même eu une grosse note en maths, est diplômée d'HEC et, pour l'anecdote, fait partie aujourd'hui du top 100 des femmes les plus influentes dans le monde selon le classement *Forbes* !

Autre exemple : à l'épreuve de maths II d'HEC 1996, l'une des questions était fondamentale pour comprendre la suite car le schéma de réflexion se répliquait quasiment à l'identique. Certains candidats ont passé jusqu'à 30 minutes sur cette question cruciale. Ils n'ont pas été déçus...

Dernier exemple : lorsque le sujet semble classique, deux stratégies sont possibles pour se distinguer. Soit on privilégie la rapidité d'exécution et on essaie d'en faire le maximum (dans le respect de la rigueur exigée), soit on mise sur les quelques questions délicates pour signifier au correcteur qu'on est au-dessus du lot. Prendre



le temps de la réflexion sur quelques questions clés est donc une stratégie possible qu'il faut avoir en tête.

Faites preuve de ténacité

C'est une exigence qui était assez implicite mais qui n'avait jamais été formulée aussi clairement que dans le rapport d'HEC de l'épreuve de 2019 :



HEC : « La recherche d'une solution à une question ne doit pas dépasser quatre à cinq minutes. Au-delà de ce délai, en cas d'échec, le candidat doit admettre le résultat de cette question (si la réponse figure dans l'énoncé), passer à la question suivante sans éprouver un sentiment de déstabilisation ou de découragement. Autrement dit, le jury recommande aux futurs candidats de faire preuve d'une grande ténacité. »

L'injonction, me direz-vous, semble assez contradictoire avec l'exigence précédente : doit-on dès lors se concentrer sur certaines questions longuement ou bien ne passer que 4-5 minutes sur chaque question ? Ma réponse va vous décevoir : ça dépend ! Votre principale qualité sera de savoir vous adapter au style de l'épreuve. Sur certaines épreuves, il faudra savoir expédier certaines questions pour aller le plus loin possible, sur d'autres, il faudra se poser longuement sur certaines questions. Seule l'expérience acquise dans votre prépa vous permettra de vous adapter. Mais une chose est sûre : dans tous les cas, il faudra vous montrer pugnaces pour relever le défi mathématique proposé par les concepteurs de sujets de parisiennes. Bernard Ramanantsoa, ex-directeur mythique d'HEC, ne disait-il pas au directeur de l'épreuve de maths : « l'épreuve de maths d'HEC doit être un chemin de croix ». Tout est dit !



LES MÉTHODES ET SECRETS

SECRET D'ALUMNI

« Pour les maths, je me souviens encore de la boule au ventre qui me prenait à chaque fois que je démarrais un exercice en première année. À force d'échouer, j'avais ancré en moi un sentiment d'infériorité qui me blessait physiquement. (...) J'ai eu un déclic, qui a changé ma vision des maths. Le déclic, c'est d'avoir réussi un exercice un jour. Étais-je devenu plus intelligent subitement ? Non. En fait, j'avais fait le même exercice la veille. Mais quoi qu'il en soit, le simple fait de voir que ma réponse était conforme au corrigé m'a procuré une montée de dopamine incroyable ! J'ai alors compris qu'il fallait voir les maths comme un jeu vidéo ou un sport. Un jeu vidéo car vous avez un niveau à passer, ou un boss à terrasser (le problème), et pour ça vous avez des armes à votre disposition (les théorèmes). Un sport car pour bien manier ces armes, il vous faut les manier souvent, et s'entraîner régulièrement. »

Ken LeCoutre, étudiant à Masséna (Nice) et MyPrepa. 17/20 de moyenne en maths EDHEC-EM Lyon. Diplômé de l'ESSEC. Enseigne la culture générale chez MyPrepa

Pour répondre aux exigences précédemment analysées, nous allons voir ici les méthodes que je transmets à tous les étudiants de notre institut en début d'année. Elles sont réunies dans ce que j'appelle « les dix commandements mathématiques ». Vous êtes prêts ? C'est parti !

Méthodes autour de la maîtrise du cours

Secret n° 1

*Faites des rappels de cours
en permanence*

Voici le secret le plus précieux que je puisse vous livrer. Lorsque j'étais en prépa, en première année, j'avais tendance à apprendre le cours dans un coin et ensuite à



me lancer dans la résolution d'exercices. Sur des chapitres aussi abstraits que celui sur les espaces vectoriels, c'était déprimant : je connaissais le cours mais impossible de résoudre les exercices sans correction. J'ai alors fait part de ma frustration à ma prof de seconde année qui m'a livré ce secret : « c'est simple, apprenez le cours sans trop vous acharner dessus et quand vous attaquez les exercices, faites systématiquement des rappels de cours sur chacune des questions rencontrées. Écrivez le rappel en rouge. Et commencez alors votre démonstration. » J'ai suivi ce conseil à la lettre pendant une année entière sur toutes les questions. Avec le recul, c'est LE tuyau qui m'a permis de décoller.

Je ne vous cache pas que respecter ce conseil demande une grande force de caractère car sur des questions qui paraissent faciles et qu'on peut résoudre rapidement, je ralentissais et restais dans cette routine du rappel de cours permanent. Je faisais donc moins d'exercices que mes camarades mais un nouvel horizon s'ouvrait : je comprenais enfin toutes les connexions entre le cours et les exercices et je développais une rigueur extrême qui a fait ma force le jour J.

Ainsi, sur toutes les questions rencontrées (sauf celles où vous pensez vraiment maîtriser le point de cours), faites des rappels de cours en rouge :

- En utilisant d'abord votre mémoire ;
- En vérifiant ensuite la précision du point de cours sur un formulaire ou dans le cours de votre prof ;
- En étendant le rappel de cours aux notions connexes (sans trop dévier toutefois sinon on n'avance pas !).

CAS PRATIQUE HEC 2007

Calculer $H = \int_0^1 f(x) dx$ avec $\forall x \in [-1, 1], f(x) = \frac{1}{2} e^{-|x|}$

On peut faire deux types de rappels sur cette question : un rappel sur les grandes formules du chapitre intégration et un rappel sur les propriétés de la valeur absolue. En guise d'illustration, voici un rappel de cours « étendu » que l'on peut faire sur la valeur absolue :

FICHE VALEUR ABSOLUE

$$\forall x \in \mathbb{R}, |x| = \max(-x, x) = \begin{cases} -x & \text{si } x < 0 \\ x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$



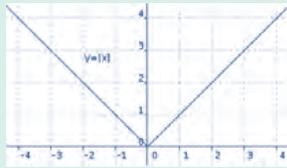
$$\forall (a,b) \in \mathbb{R}^2, |ab| = |a| \times |b|$$

$$\forall (a,b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+, |a| \leq b \Leftrightarrow -b \leq a \leq b$$

$$\forall (a,b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+, |a| \geq b \Leftrightarrow a \geq b \text{ ou } a \leq -b$$

$$\Leftrightarrow a \in]-\infty, -b] \cup [b, +\infty[$$

$$\text{Inégalité triangulaire : } \forall (a,b) \in \mathbb{R}^2, |a+b| \leq |a| + |b|$$



: définie et continue sur \mathbb{R} et dérivable sur \mathbb{R}^* .

On peut faire le même type de rappel sur les propriétés d'une intégrale. Ici la relation de Chasles était à l'honneur. Je vous laisse gratter le rappel sur votre papier !

Pour les curieux, retrouvez le corrigé en scannant le QR code suivant :



FUN FACT

Sur cette épreuve d'HEC 2007, une candidate est venue me consulter avec sa copie de concours parce qu'elle ne comprenait pas sa note en dessous de la moyenne. Après quelques secondes d'analyse de la copie, je me rendis compte qu'elle avait primitivé $x \rightarrow e^{-|x|}$ tranquillement sans distinguer les cas... Une bonne partie du problème découlait du calcul de cette primitive et donc de cette distinction de cas qu'il était impératif de faire. Elle a malheureusement dû cuber... Pas très fun en fait... Mais elle finit par avoir l'ESCP !

Secret n° 2

Faites des tests de la feuille blanche, ou blind tests, régulièrement

C'est le conseil qui complète parfaitement le précédent secret. Le principe est ultra simple. Chaque semaine, par exemple le week-end, forcez-vous à :



- Prendre une feuille blanche et rien d'autre autour ;
- Choisir un chapitre de révision ;
- Écrire sur la feuille tout ce que vous savez sur ce chapitre : les définitions, les théorèmes, les méthodes, les astuces...
- Vérifier sur un formulaire si votre blind test est complet et correct ;
- Compléter / corriger votre blind test en rouge avec les éléments manquants ;
- Rajouter dans votre petit cahier les points de cours qui vous résistent.

Temps moyen d'un blind test : entre 15 minutes (quand vous serez expert) et une heure (quand vous ne maîtrisez pas encore le chapitre).

Pas besoin d'écrire les démonstrations, sauf si une envie irrésistible vous prend subitement ou si la démo est vraiment importante (c'est rare !)

SECRET D'ALUMNI

« Très très vite, les tests de la page blanche sont devenus une routine, et de me faire les dents plusieurs heures par jour sur des exercices plutôt accessibles (et corrigés) m'a redonné confiance en moi. Et en effet, en connaissant le cours sur le bout des doigts, en faisant des rappels de cours systématiquement et en refaisant régulièrement (le week-end) les mêmes exercices 3, 4, 5 ou même 10 fois, j'ai réussi à avoir des notes correctes et au-dessus de la moyenne aux Parisiennes, et très bonnes à l'EM et à l'EDHEC. »

Ken LeCoutre, étudiant à Masséna (Nice) et MyPrepa.
17/20 de moyenne en maths EDHEC-EM Lyon. Diplômé de l'ESSEC.
Enseigne la culture générale chez MyPrepa

LE SECRET DU COACH

« Doit-on faire des fiches en maths ? »

Franchement, si vous respectez les deux secrets précédents, et que vous alimentez régulièrement votre petit cahier de maths (points de cours, astuces, méthodes, etc.), faire des fiches devient purement et simplement inutile. Pire, je pense que faire des fiches s'avère parfois dangereux en maths. Pourquoi ? Car j'ai observé depuis des années que les étudiants qui faisaient des fiches avaient tendance à ne plus faire des rappels de cours permanents : « pas besoin



puisque j'ai ma fiche», devaient-ils se dire... Grave erreur. Les points de cours sont trop nombreux et trop complexes pour qu'une fiche suffise... En plus, des formulaires existent et remplacent parfaitement, en mieux, les fiches. Achetez donc un formulaire, respectez les secrets précédents et cela suffira amplement ! À la limite, pour vous rassurer, faites des fiches des méthodes clés même si, a priori, vous les aurez écrites dans votre petit cahier de méthodes et astuces... Certains préfèrent des fiches aux petits cahiers. Écoutez-vous si tel est le cas. À titre personnel, je n'ai jamais fait une seule fiche en maths de ma vie ! J'en faisais cependant dans certaines matières : la géopolitique notamment.

Méthodes autour du calcul et des fondamentaux :

Secret n° 3

Calculez STEP BY STEP ou par la « méthode des vieux »

Les étudiants ont du mal à respecter ce conseil, notamment en seconde année. Le principe est pourtant simple : quand vous faites un calcul, efforcez-vous de ne faire qu'une seule étape à la fois : *step by step* ! Après plus de 25 ans de coaching d'étudiants, j'ai observé que l'immense majorité des erreurs provient du non-respect de cette règle. L'étudiant qui prend confiance a tendance à vouloir accélérer les calculs et les erreurs apparaissent dès lors qu'il essaie de regrouper plusieurs étapes en une seule ligne. Faites-moi entièrement confiance sur ce point : mieux vaut écrire plus de lignes « justes » que réduire le nombre d'étapes et faire une erreur... Aujourd'hui encore, lorsque j'essaie d'accélérer en faisant plusieurs étapes en une, il m'arrive de faire des erreurs... Après plus de 25 ans de calculs au quotidien... C'est également le cas de tous les profs de maths : l'erreur est humaine, même pour un agrégé !

Sachez que certains professeurs (une minorité) vous critiqueront parce que vous n'allez pas à l'essentiel. Ne les écoutez pas. Les rapports de jury sont de mon côté : « tous les calculs doivent figurer sur la copie » précise un rapport de jury de l'EM Lyon.



CAS PRATIQUE

$$A = \frac{a^4 \times \frac{(b^3 a)^{-2}}{a^6 b^3}}{(a^7 b^{-5})^4 \times \frac{a^{-3} b^8}{a^5 b^{10}}} \text{ avec } (a, b) \in (\mathbb{N}^*)^2$$

Simplifier A.

Scannez le QR Code suivant pour voir la correction de cet exercice de collège !



FUN FACT

Je teste souvent ce cas pratique avec mes étudiants en séance introductive et je suis très surpris de constater le faible nombre d'étudiants qui arrivent au bout de ce calcul de collégien...

Ne vous êtes-vous jamais dit, en lisant un corrigé d'une question de calcul : «Wouah, le professeur, il est trop fort, comment il a fait pour savoir qu'il fallait partir de ça?» Au risque de démystifier l'aura de vos chers professeurs, je vous annonce l'un de leurs secrets : la «méthode des vieux»!

Le principe est simple : quand vous avez une égalité ou une inégalité à démontrer, au brouillon, partez de la réponse et transformez-la jusqu'à faire apparaître une évidence. Au propre, il suffit alors de reprendre votre brouillon «à rebrousse-poil» : on part de la dernière ligne, puis on écrit l'avant-dernière, et ce jusqu'à la première ligne !

Je résume :

- On prend une feuille de brouillon ;
- On écrit la réponse demandée ;
- On transforme la réponse en utilisant des arguments élémentaires ;
- On arrive à une évidence ;
- On prend le propre et on recopie le brouillon à l'envers

Un cas pratique vaut bien mieux que toute explication complémentaire.

**CAS PRATIQUE**
HEC

Soit x un réel quelconque. Montrer que pour tout (p, q) éléments de $]0, 1[$:

$$\frac{pqe^x}{(pe^x + q)^2} \leq \frac{1}{4}$$

Scannez le QR code pour la correction :

**FUN FACT**

Pourquoi cette méthode s'appelle-t-elle la méthode des vieux ? C'est en fait Paul-Louis, l'un des Alumni de mon institut qui faisait sa prépa à Stanislas qui m'a dit que cette méthode de résolution était appelée ainsi par sa prof de maths. Rien d'officiel donc. En tapant « méthode des vieux » sur internet, vous ne trouverez rien de probant ! Peut-être a-t-elle simplement voulu signifier que cette méthode était vieille comme le monde !

Secret n° 4**Travaillez régulièrement
les fondamentaux**

Je vais certainement répéter ce sur quoi beaucoup de professeurs insistent et que les rapports de jury rappellent régulièrement. Tout candidat doit se montrer capable de maîtriser parfaitement les outils du lycée. Or, je constate d'année en année que ce background mathématique est de moins en moins entretenu. J'invite tous ceux qui sentent leurs fondations mathématiques instables à envisager de faire des stages de préparation à la prépa ou d'acheter des ouvrages dédiés à l'entrée en classe prépa.

Rien ne vous empêche aussi de puiser sur Internet des exercices de révision du lycée ou du collège sur un chapitre qui vous met en difficulté. Il n'y a vraiment aucune honte à avoir : la médiocrité mathématique est l'apanage de la plupart des étudiants qui rentrent en prépa... J'inclus les futurs HEC dedans !

Le travail des fondamentaux concerne également les étudiants de 2^e année ou de 3^e année : n'hésitez pas à reprendre vos exercices de bizuth et à faire vos gammes.



Elles seront utiles aux concours, notamment sur les premières parties des sujets de parisiennes.

CAS PRATIQUE ERICOME 2004

Donner le domaine de définition de la fonction définie par :

$$g(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$$

Cette question semble simple mais des subtilités techniques menacent ! Une très bonne maîtrise des fondamentaux du lycée est nécessaire. Retrouvez le corrigé en scannant le QR Code suivant :



FUN FACT

Ce genre d'inégalité était la spécialité de mon professeur de 1^{re} S ! Qu'est-ce que j'ai pu souffrir sur ce genre de casse-tête... Et il avait raison d'insister : ces fondamentaux vous seront toujours utiles. Les candidats du concours Ericome l'ont bien senti !

Méthodes autour de la rigueur et du raisonnement :

Secret n° 5

Rédigez toujours comme aux concours

Ce conseil risque de vous embêter quelque peu ! Je vous propose ici de vous comporter lors de vos séances d'entraînement comme si vous étiez devant votre copie de concours. Dans le chapitre consacré au mental, vous comprendrez que ce comportement est commun à tous les grands champions sportifs. Rien de particulièrement exceptionnel donc mais cela doit être nouveau pour les récents bacheliers que vous êtes. C'est vraiment une tendance que j'observe depuis quelques années lors des séances individuelles ou collectives : les étudiants ont énormément de mal à rédiger comme ils le feraient sur une copie de concours. Ils me rétorquent souvent « oui mais là c'est le brouillon, le jour du DS, je rédigerai ». Monumentale erreur ! Voici trois bonnes raisons de respecter à la lettre ce conseil :

- **Développer les automatismes :** C'est à force de rédiger comme un fou au quotidien que vous développerez les automatismes le jour J. Après deux ans de



rédaction acharnée, vous serez des machines de guerre le jour du concours. Vous ne vous poserez plus la question « comment je vais rédiger ma réponse ? ». Vous libérerez ainsi beaucoup de temps pour réfléchir aux questions. Et le temps, ce sont des points en plus donc des écoles en prime !

- **Déceler les pièges cachés :** vous réaliserez assez rapidement que derrière certaines questions apparemment simples se cachent des discussions de cas en fonction de la valeur de certains paramètres. Les distinctions de cas, ou « facettes », sont fréquentes aux concours. Vous ne repérerez ces pièges cachés qu'à force d'entraînement au quotidien. Si vous restez en permanence en mode « brouillon », vous ne décrypterez que les cas généraux en omettant tous les cas particuliers. Vous serez alors très surpris après les devoirs surveillés (DS) lors de la remise des notes...
- **Atteindre la perfection :** plus vous rédigerez, plus vous arriverez à atteindre à la fois rigueur, précision et concision. Cette dernière exigence est plus difficile à développer. Vous vous rendrez compte qu'en rédigeant, vous allez dans un premier temps proposer des solutions rigoureuses mais lourdes, bavardes. Plus vous rédigerez, plus vos solutions seront concises tout en restant rigoureuses. Ce n'est qu'un travail quotidien qui permettra d'atteindre cette alchimie entre rigueur et concision.

CAS PRATIQUE

Une limite classique

Soit α un réel. Montrer que : $\forall x \in]-1, 1[$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^\alpha x^n = 0$

De grosses subtilités se cachent derrière cet exercice anodin. Seule une rédaction « professionnelle » permet de les repérer, non sans peine...

Pour briser le suspense, voici la réponse :

Secret n° 6

Soignez le brouillon comme le propre

C'est une nouveauté : les brouillons que vous ferez ne devront plus être « brouillons » ! Fini les écritures en diagonale au brouillon, les expressions posées négligemment sans quantificateurs, les brouillons confectionnés dans un tout petit bout de feuille illisible. À présent, vous allez apprendre à rédiger des brouillons « professionnels » !



Pourquoi tant de formalisme, vous demandez-vous peut-être ? Simplement parce que, sur certaines questions coriaces, vous devrez explorer plusieurs pistes de réflexion. En rédigeant proprement ces différentes pistes au brouillon, vous apprendrez de vos pistes qui n'aboutissent pas et vous vous dirigerez ainsi plus sereinement vers la piste salvatrice. En revanche, si vous continuez à produire des brouillons « brouillons », ce sera mission impossible.

Plus généralement, deux situations se présenteront :

- **À l'entraînement :** écrivez le brouillon au propre entre parenthèse à l'intérieur de votre raisonnement. Une fois que votre brouillon vous donne la bonne piste, fermez la parenthèse et commencez votre rédaction
- **Lors des DS et lors du concours :** faites vos brouillons proprement sur des feuilles et en écrivant que sur les rectos. Ce n'est pas très écologique mais c'est plus efficace et vous ne vous perdrez pas en route.

CAS PRATIQUE

Une récurrence délicate

N.B. : nécessite une bonne connaissance du cours sur la récurrence et sur les produits

Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, \left[\prod_{k=1}^n (2k)! \right] \geq [(n+1)!]^n$.

$$\left[\prod_{k=1}^n (2k)! \right] \geq [(n+1)!]^n$$

La réponse, c'est ici :



FUN FACT

Pour la petite histoire, c'est l'un de mes étudiants qui m'avait appelé en panique pour que je l'aide à résoudre l'exercice. Au début, j'avais rédigé un brouillon « brouillon » : je n'y arrivais pas. Je me suis alors résolu à construire un brouillon « professionnel » : nous étions tous les deux comblés !

**Secret n° 7***Travaillez sur des exercices à l'aide de la correction, puis progressivement sans la correction*

Je vous le dis d'emblée : certains profs de maths ne seront pas d'accord avec ce conseil. Notamment ceux qui donnent des feuilles d'exercices non corrigés à préparer d'une séance sur l'autre. Très chers professeurs, je vous le dis sincèrement : cette méthode ne fonctionne pas. Je le vois au quotidien depuis 25 ans. Malgré leur bonne volonté, les étudiants sont souvent démunis, notamment en bizuth mais aussi en carré. Une exaspération que j'entends souvent : « je n'arrive pas à faire les exercices que me demande mon prof, pourtant j'y passe des heures entières ».

Je m'adresse donc aux étudiants à présent : apprenez parfois à désobéir... Si votre prof vous matraque d'exercices non corrigés, passez-y un certain temps mais pas un temps « fou » ! Privilégiez toujours les exercices dont vous avez les corrections. Et ensuite attaquez-vous éventuellement aux exercices non corrigés que vous demande votre prof. Et s'il vous ridiculise lorsque vous passez au tableau sur un exercice que vous n'avez pas traité, acceptez le ridicule de la situation. Vous n'en mourrez pas. Si vous saviez le nombre de moments où je me suis ridiculisé en prépa : je préfère taire ce sombre passé !

Si votre professeur vous convoque, soyez sincères : montrez-lui votre planning de travail ainsi que le temps que vous avez passé sur ses exercices. Votre sérieux désamorcera sa colère.

LE SECRET DU COACH

Apportons une nuance très importante à ce secret, et qui me réconciliera peut-être avec les enseignants qui n'étaient pas d'accord avec moi ! Lorsque vous aurez fait suffisamment d'exercices avec correction et que votre boîte à outils sera relativement pleine, faites progressivement des exercices ENTIERS sans la correction puis reprenez la correction en fin de séance. Cela vous permettra de développer votre capacité à gérer une épreuve, avec des questions qui s'enchaînent et qui sont souvent liées les unes aux autres. En fin de 1^{re} année et surtout en 2^e année, lorsque vous faites des révisions sur un chapitre donné, appliquez ce conseil systématiquement, avec un chronomètre pour vous plonger encore plus dans les conditions du concours.



Allons plus loin : lorsque vous commencerez à vraiment bien gérer un chapitre, forcez-vous à passer un temps conséquent sur des questions difficiles, celles qui vous rapporteront un nombre de points maximal aux épreuves les plus exigeantes. Sur ce type de séance, inutile de travailler sur la contrainte du temps : le but est de booster votre capacité de raisonnement. Cela peut prendre du temps.

LE SECRET DU MAJOR

« Parfois, sur certaines séances, je passais plus d'une heure sur des questions qui me résistaient, je ne lâchais rien ! » Victor, major en maths en carré (20/20 de moyenne) et en cube (20/20 de moyenne)

Méthodes autour de l'entraînement permanent aux concours

Secret n° 8

Entraînez-vous à écrire vite et bien tout le temps

Les profs de prépa n'insistent que rarement sur ce point. Il est pourtant l'une des clés pour avoir une grosse note aux Parisiennes. En séance de coaching individuel, je le vois assez rapidement : je repense à Médéric, un ancien élève qui dès le premier cours m'a bluffé ! Je n'avais jamais vu quelqu'un écrire aussi vite et bien en même temps ! Il a eu HEC haut la main avec la manière et des notes exceptionnelles en maths. A contrario, j'ai aussi vu beaucoup d'étudiants très capables mais paralysés par leur lenteur d'exécution. Les notes ne dépassaient guère le 8/20...

Un conseil donc : entraînez-vous à écrire vite en toute occasion. En maths mais aussi dans les autres matières. En cours mais aussi chez vous. À l'entraînement mais aussi en DS. Attention, l'idée n'est pas de sauter des étapes dans vos calculs ou vos raisonnements mais simplement de faire fonctionner votre poignet le plus rapidement possible. C'est à force de vous entraîner à écrire vite que vous écrirez vite et bien en même temps.

Pour constater les progrès, vous pouvez également vous chronométrer sur les exercices que vous refaites. Rien d'obligatoire mais fortement recommandé. Personnellement je ne me chronométrais pas mais je savais que la rapidité de mon écriture était un atout. Je cultivais alors ce point fort au quotidien sans réel indicateur de performance.

**Secret n° 9***Répétez les exercices jusqu'à parfaite maîtrise de toutes les méthodes de résolution*

L'information ne manque pas en prépa. Internet est un outil extraordinaire qui vous procurera en un ou deux clics des exercices corrigés. Du coup, il est très tentant de faire un sujet de concours différent tous les jours. C'est une grave erreur. Ce n'est pas comme cela qu'on optimise ses progrès. Pourtant tous les ans, les étudiants tombent dans ce piège et stagnent...

Alors voici la démarche que je vous propose :

- Lorsque vous faites un exercice (depuis un livre ou une feuille de TD), repérez si vous avez été capable de faire l'exercice parfaitement sans la correction
- Si vous l'avez parfaitement exécuté, « tick-marquez-le » comme suit à l'aide d'un stylo effaçable : ✓
- S'il vous a fallu utiliser la correction, c'est que l'exercice n'est pas maîtrisé donc posez l'annotation suivante, toujours au stylo effaçable : ✗
- Lors des séances de révision qui seront calées dans le planning de travail, refaites alors dans votre grand cahier à spirale les exercices mal maîtrisés en respectant la même discipline.



Il vous faudra parfois plus de 5 répétitions du même exercice pour arriver à une parfaite maîtrise. Il m'est personnellement arrivé de refaire 5 à 6 fois certaines questions clés d'Annales de concours.

Le premier avantage de cette discipline est que tous les exercices classiques seront parfaitement maîtrisés et vous savez à quel point cela compte aux yeux des correcteurs.

Le second avantage est qu'à force de répéter les mêmes exercices, vous les ferez de mieux en mieux et votre capital-confiance grossira. Vous prendrez alors conscience que vous progressez. À l'inverse, ne faire que des exercices nouveaux vous déprimera car vous serez presque toujours mis en difficulté...

Voici un petit cas pratique qui vous montre que même un exercice simple doit être refait plusieurs fois pour maîtriser toutes les méthodes de résolution.



CAS PRATIQUE

Extrait d'ERICOME

Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}^+, \sqrt{x} \leq \frac{1}{2}(1+x)$

Pour voir les multiples méthodes de résolution de ce cas pratique, c'est par là que ça se passe :



Secret n° 10

Faites des révisions thématiques au moins une fois par semaine

Je ne fais que répéter ici ce qui a été dit précédemment : réviser doit devenir une routine hebdomadaire. Et vous aurez pourtant tendance à la zapper en prétextant par exemple que vous avez un DS super important à préparer ou une colle déterminante avec votre prof et que donc vous n'avez pas de temps à consacrer aux révisions. **C'est une erreur majeure.** Vous n'êtes plus au lycée, vous êtes en prépa où l'objectif est de réussir ses concours blancs puis ses concours.

Dans mon institut, on a d'ailleurs fait **le choix radical de supprimer les DS et colles au profit de plus de concours blancs** (10 concours blancs en tout, écrits et oraux publics, comme à HEC...).

Concrètement, je vous conseille donc de réviser de la manière suivante :

- Chaque semaine, bloquez 2 séances consécutives de 3-4h pour vos révisions thématiques ;
- Choisissez un chapitre voire un 2^e si ce dernier est connecté au premier : par exemple, suites et sommes ;
- Commencez par faire un blind test de cours (cf. secret n° 2) ;
- Puis attaquez-vous à des exercices de bases avec correction si vous êtes en difficulté, sans correction sinon ;
- Lors de votre 2^e séance de 3-4 h, terminez par des problèmes sans correction en temps limité et analysez enfin la correction pour comparer votre prestation et ce qui était attendu ;
- Finissez vos révisions thématiques par un bilan des savoir-faire acquis lors de vos deux séances de révisions

Bonus numérique

Retrouvez les 10 secrets mathématiques sur une unique page à afficher sur son mur de travail



ANALYSE DE COPIES

FAKE NEWS « POUR AVOIR 20/20 EN MATHS, IL FAUT ABSOLUMENT FAIRE X% DU SUJET »

C'est une question que l'on me pose systématiquement tous les ans : « Olivier, dans ma prépa, y'en a qui disent qu'il faut faire 100 % du sujet de l'EM Lyon, est-ce vrai ? » Alors qu'on se le dise tout de suite : il n'y a absolument aucune règle en la matière. Une année, un étudiant n'a fait qu'un seul exercice du sujet d'HEC en ECE soit à peine 20 % de l'épreuve (maths appliquées pour les ECG) et a eu 17/20 ! Une autre année, Barbara, alumni de mon institut, a eu 14/20 en faisant à peine 5 questions sur un sujet horrible d'HEC. Ce qui est valable aux Parisiennes l'est également pour les épreuves de l'EM Lyon ou de l'EDHEC. Certaines années, on peut faire 70 % de l'épreuve de l'EM Lyon et avoir 20/20, mais d'autres années, il faudra faire 90 % voire 100 % de l'épreuve pour atteindre la note maximale.

La stratégie de Louis

Notes : 20/20 de moyenne à HEC et à l'EDHEC, 18,6/20 à l'ESSEC mais 13,8/20 à l'EM Lyon

Louis était l'un de mes anciens étudiants. Il avait cette tendance à bien commencer les sujets mais bloquait systématiquement au bout de 2h de sujet. Il a finalement ajusté sa stratégie :

« J'ai fini par devenir un prédateur ! La première heure, j'essayais de bien rédiger pour séduire le correcteur puis, au bout d'une heure, j'avais mon chronomètre et si, au bout de deux minutes, je n'arrivais pas à trouver la moindre piste sur une question, alors je passais à la suivante. Ma rédaction devenait aussi moins exhaustive que lors de la première heure. Avec cette stratégie, j'avançais beaucoup plus rapidement et mes notes ont commencé à décoller. »

Voici un extrait de sa première page à l'épreuve CCIP :



1) a) $\forall x \in \mathbb{R} P(Y_2 \geq x) = P(\prod_{i=1}^n X_i \geq x)$
 $= \prod_{i=1}^n P(X_i \geq x)$ par indépendance des X_i
 $= (P(X_1 \geq x))^n$ car les X_i suivent la même loi.
 $\Rightarrow P(Y_2(x)) = 1 - (1 - F_1(x))^n = (1 - F_1(x))^{-n}$
 donc $\forall x \in \mathbb{R} f_{Y_2}(x) = n(1 - F_1(x))^{-n-1} f_1(x)$
 par dérivation de deux membres

$\forall x \in \mathbb{R} P(X_1 \leq x) = P(\prod_{i=1}^n X_i \leq x)$
 $= \prod_{i=1}^n P(X_i \leq x)$ par indépendance
 $= (F_1(x))^n$
 par dérivation $\forall x \in \mathbb{R} f_{Y_1}(x) = n(F_1(x))^{n-1} f_1(x)$

qui sont bien les densités de Y_1 et Y_2
 (celles sont bien positives, continues pp comme produit de fonctions qui le sont et $\int_{-\infty}^{\infty} f_{Y_1}(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} n(F_1(x))^{n-1} f_1(x) dx = 1$
 à titre pour Y_2)

Comme vous l'observez, Louis avait une écriture très désagréable. Au niveau de la rédaction, il mettait les éléments clés mais sans trop s'étendre.

Cette stratégie a payé partout sauf à l'EM Lyon où les correcteurs sont très exigeants sur la rédaction. Voyons à présent une étudiante qui a su également séduire le correcteur de l'EM Lyon !

Retrouver l'énoncé de l'épreuve et l'intégralité de la copie en scannant ici

La stratégie d'Hortense

Notes : 20/20 à l'épreuve CCIP et à l'EM Lyon, 18/20 à l'EDHEC, 16,1/20 à l'ESSEC, 14,8/20 à HEC.

Partie I

1. (a) $\forall x \in \mathbb{R}, P(Y, x) = P(\inf(X_1, X_2, \dots, X_n) \leq x)$
 $= 1 - P(\sup(X_1, X_2, \dots, X_n) > x)$
 $= 1 - P(X_1 > x) \cap (X_2 > x) \cap \dots \cap (X_n > x)$
 $= 1 - P(X_1 > x) P(X_2 > x) \dots P(X_n > x)$
 car les variables X_1, X_2, \dots, X_n sont mutuellement indépendantes
 $= 1 - (P(X_1 > x))^n$
 car les variables X_1, X_2, \dots, X_n suivent la même loi que X
 donc $\forall x \in \mathbb{R}, F_Y(x) = 1 - (1 - F_X(x))^n$

Comme X et Y sont deux variables à densité, on dérive, on obtient qu'une densité de Y est :
 $\forall x \in \mathbb{R}, f_Y(x) = n \cdot (1 - F_X(x))^{n-1} \cdot f_X(x)$
 $\Rightarrow \forall x \in \mathbb{R}, f_Y(x) = n(1 - F_X(x))^{n-1} f_X(x)$

Hortense était également très talentueuse malgré quelques difficultés en probabilité et notamment en dénombrement. Aux concours, elle a comblé ses lacunes et s'est efforcée de proposer une prestation parfaite, à la fois sur le fond et la forme. Contrairement à Louis, elle sautait peu de questions et soignait grandement la forme. Du coup, elle faisait moins de questions que Louis mais l'impression de



perfection visuelle a dû impressionner plus d'un correcteur ! Voyons un extrait de sa première page à l'épreuve CCIP.



*Retrouver l'énoncé
de l'épreuve
et l'intégralité
de la copie en
scannant ici*



*Magazine Espace
Prépas*

Elle écrit bien, elle souligne les résultats, les arguments clés sont là. La perfection ! Cette stratégie est donc la bonne sur bien des sujets mais celle de Louis me paraît plus judicieuse si certaines questions au milieu d'un sujet sont délicates et vous empêchent d'avancer...

Avant chaque épreuve de maths, relisez l'article que j'ai rédigé pour le magazine Espace Prépas en cliquant sur le QR code suivant.



EN UN MOT LES SECRETS À RETENIR EN MATHÉMATIQUES

1. Faites des rappels de cours en permanence.
2. Faites des tests de la feuille blanche, ou blind tests, régulièrement.
3. Calculez step by step ou par la « méthode des vieux ».
4. Travaillez régulièrement les fondamentaux.
5. Rédigez toujours comme aux concours.
6. Soignez le brouillon comme le propre.
7. Travaillez sur des exercices à l'aide de la correction, puis progressivement sans la correction.
8. Entraînez-vous à écrire vite et bien tout le temps.
9. Répétez les exercices jusqu'à parfaite maîtrise de toutes les méthodes de résolution.
10. Faites des révisions thématiques au moins une fois par semaine.